MAGNETISIRUNG RADIAL GESCHLITZTER EISENRINGE.

INAUGURAL-DISSERTATION

ZUR

ERLANGUNG DER DOCTORWÜRDE

VON DER PHILOSOPHISCHEN FACULTÄT

DER

FRIEDRICH-WILHELMS-UNIVERSITÄT ZU BERLIN

GENEHMIGT

UND

NEBST DEN BEIGEFÜGTEN THESEN

ÖFFENTLICH ZU VERTHEIDIGEN

AM 11. MÄRZ 1893

VON

HEINRICH LEHMANN

AUS HAMBURG.

OPPONENTEN:

HERR DR. PHIL. EUGEN RÖBER.
HERR DR. PHIL. OTTO KRIGAR-MENTZEL.
HERR DR. JUR. ET PHIL. CARL LEHMANN.

MIT EINER TAFEL.

LEIPZIG,
JOHANN AMBROSIUS BARTH (ARTHUR MEINER).
1893.

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

MEINER LIEBEN MUTTER

GEWIDMET.

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41535707_0180

§ 1. Einleitung.

Ein in ein gleichförmiges magnetisches Feld gebrachter Eisenkörper erfährt nur dann eine gleichförmige Magnetisirung, wenn er durch eine Fläche zweiten Grades begrenzt ist. Ein verlängertes Rotationsellipsoid, dessen Rotationsaxe in die Richtung der erzeugenden Kraftlinien fällt, artet bei unbegrenzt wachsender Rotationsaxe in einen unendlich langen, gleichförmig magnetisirten Cylinder aus. Denkt man sich diesen Cylinder mitsammt dem umgebenden Felde kreisförmig gekrümmt, so geht er über in einen durch ein gleichförmiges peripherisches Feld gleichförmig magnetisirten Ring, wobei die „peripherische Gleichförmigkeit" so zu verstehen ist, dass man jedes Längenelement der Ringaxe als unendlich wenig gekrümmt betrachtet. Diese Gleichförmigkeit bleibt auch für endliche Dimensionen bestehen, solange die Querdimensionen des Ringes als verschwindend klein gegen seinen Radius betrachtet werden können.

Hierbei macht sich der Unterschied zwischen endlosen und nicht endlosen Gebilden in der Weise geltend, dass bei den letzteren eine selbstentmagnetisirende Kraft auftritt, infolge deren die magnetische Kraft im Innern des Körpers eine andere, kleinere wird, als ausserhalb. Diese selbstentmagnetisirende Kraft, welche als herrührend von den „Endflächen" des magnetisirten Körpers zu denken ist, ist eine Function der Magnetisirung, und zwar ist sie ihr beim Ellipsoid proportional. Der Proportionalitätsfactor heisst, „Entmagnetisirungsfactor" und lässt sich aus den Dimensionen des Ellipsoids berechnen.

Die Beobachtung ergibt die Werthe der Magnetisirung als Function der äusseren magnetischen Kraft. Will man daraus die Werthe der inneren („totalen") magnetischen Kraft ermitteln, welche jene Magnetisirungen hervorgebracht haben,

so muss man von den Werthen der äusseren Kraft die mit dem Entmagnetisirungsfactor multiplicirten zugehörigen Magnetisirungen subtrahiren. Diese Operation ist graphisch in einfacher Weise auszuführen [1]), indem man durch den Anfangspunkt der Coordinaten eine gerade Linie zieht, welche mit der Ordinatenaxe (der Axe der Magnetisirungen) einen Winkel bildet, dessen Tangente dem Entmagnetisirungsfactor gleich ist. [2]) Man kann nun entweder die Aufgabe stellen, aus der Beobachtungscurve die „Normalcurve" (Magnetisirung als Function der totalen magnetischen Kraft) abzuleiten oder umgekehrt aus der gegebenen Normalcurve die Beobachtungscurve für ein gegebenes Axenverhältniss zu construiren. In beiden Fällen wird die bezeichnete Gerade als neue Ordinatenaxe behandelt, auf welche die aus der gegebenen zu construirende Curve bezogen wird, nur mit dem Unterschiede, dass im ersteren Falle die Gerade nach Seite der negativen Werthe der magnetischen Kraft, im letzteren nach der positiven Seite zu ziehen ist. Dementsprechend kann man das Uebergangsverfahren im letzteren Falle als „Scheerung", im ersteren als „Rückscheerung" bezeichnen.

Bei dem geschlossenen Ring tritt, ebenso wie bei dem unendlichen Cylinder, eben infolge der Endlosigkeit, keine selbstentmagnetisirende Kraft auf. Die Beobachtung liefert daher direct die Magnetisirung (resp. die Induction) als Function der totalen magnetischen Kraft.

Ist der Ring aber nicht vollständig geschlossen, sondern durch einen schmalen radialen Schlitz unterbrochen, so entsteht eine selbstentmagnetisirende Kraft, die mit wachsender Schlitzweite zunimmt. Es wird unsere Aufgabe sein, letztere in ihrer Abhängigkeit von der Magnetisirung und der geometrischen Gestaltung des Systems zu erforschen.

Was die theoretische Behandlung dieses Problems betrifft, so liegt eine Eigenthümlichkeit darin, dass die Inductionslinien fast ganz innerhalb des Eisens verlaufen. Davon aus-

---

1) Lord Reyleigh, Phil. Mag. **22.** p. 175. 1886.

2) Unter der Annahme, dass für Ordinaten und Abscissen der gleiche Maassstab verwendet werde, was in Wirklichkeit aus praktischen Rücksichten in der Regel unzweckmässig wäre.

gehend hat Hr. du Bois [1]) eine Theorie des geschlitzten Ringes entwickelt.

Die von Hrn. du Bois aus dieser Theorie hergeleiteten Gleichungen finden, wie wir sehen werden, durch die Versuche innerhalb der Fehlergrenzen eine völlige Bestätigung.

§ 2. Methode.

Von den drei bei magnetischen Messungen üblichen Methoden, der ballistischen, der magnetometrischen und der optischen, konnte hier nur die erstere in Betracht kommen. Die Versuchsanordnung war im wesentlichen die von früheren Beobachtern [2]) angewandte. Dieselbe werde an dem Schema

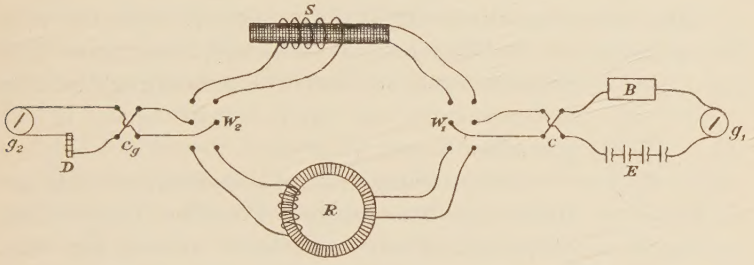


Fig. 1.

Fig. 1 erläutert. Die rechte Seite der Figur enthält die primäre, die linke Seite die secundäre Leitung und es bedeuten:

R den Ring;
S das Solenoid zur Aichung des Galvanometers g_2;
g_2 Galvanometer im secundären Kreise;
D eine Spirale zur Dämpfung der Galvanometerausschläge;
g_1 das Galvanometer im primären Kreise;
E die Batterie;
B die Widerstände im primären Kreise;
c den Commutator des Hauptstromes;
c_g den Commutator des Galvanometers;

---

1) du Bois, Wied. Ann. **46.** p. 486. § 15 ff. (vgl. auch du Bois, Verh. d. Phys. Ges. Berlin 27. Juni 1890 p. 81).

2) Rowland, Phil. Mag. **48.** p. 321. 1874. Ewing: Magnetic. induction in iron and other metals. London 1892; Uebers. Berlin 1892. Cap. III.

W_1 Wippe, welche gestattet, nach Belieben die primäre Leitung des Ringes oder des Solenoides einzuschalten;

W_2 Wippe, welche das Gleiche für die secundären Leitungen leistet.

Die Ausschläge des durch das Solenoid geaichten Galvanometers dienen zur Messung des magnetischen Zustandes des Eisenringes, welcher durch den seine primären Windungen durchfliessenden Hauptstrom magnetisirt wird. Die Formeln, mittels deren die charakteristischen Grössen aus den Angaben des Galvanometers in absoluten Einheiten brechnet werden, werden unten (§ 5) abgeleitet.

§ 3. Apparate.

Das *Galvanometer* war ein Wiedemann-Edelmann'sches. Um dasselbe als ballistisches zu verwenden, war seine volle Schwingungsdauer durch Vergrösserung des Trägheitsmomentes und durch Astasirung auf 12 Sec. gebracht.

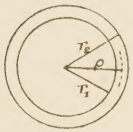


Fig. 2.

Die Aichung des Galvanometers geschah mit Hülfe des *Solenoids S*. Dasselbe bestand aus einem cylindrischen Holzkern, welcher mit einer Lage von 298 Windungen 1,5 mm dicken, mit Seide doppelt umsponnenen Kupferdrahtes bewickelt war. Seine Dimensionen waren folgende:

$$
\begin{aligned}
&2r_1 = 33{,}85 \text{ mm}, \quad 2r_2 = 37{,}2 \text{ mm},\\
&2\varrho = 35{,}52 \text{ mm} = 2\frac{r_1 + r_2}{2},\\
&N = 298; \quad l = 48{,}7 \text{ cm}; \quad \frac{N}{l} = 6{,}12 \text{ cm}^{-1},\\
&A = \varrho^2\pi = 990{,}9 \text{ mm}^2 = 9{,}909 \text{ cm}^2;\\
&u = 2\pi\varrho = 11{,}16 \text{ cm},\\
&F = NA = 2953 \text{ cm}^2,\\
&\frac{F}{l} = \frac{N.A}{l} = 60{,}64 \text{ cm}^2,\\
&L = N.u = 33{,}3 \text{ m}.
\end{aligned}
$$

Hierin bedeuten N Windungszahl, l Länge der Spule, A Querschnitt, ϱ den Radius (die Drahtaxe als Umfang genommen vgl. Fig. 2), u Länge einer Windung, F Windungsfläche einer Windung, L gesammte Drahtlänge. Diese Mes-

sungen wurden mit Calibermaass (Schubleere) und Theilmaschine ausgeführt.

Auf dieses Solenoid wurde eine zweite Spule von etwas grösserem Durchmesser geschoben; diese bestand aus einer in der Längsrichtung (zur Vermeidung Foucault'scher Ströme) geschlitzten Messinghülse, welche mit vier Lagen 0,3, mm dicken mit Seide doppelt umsponnenen Kupferdrahts in einer Länge von 57 mm bewickelt war. Die Windungszahl betrug $n = 632$, der Widerstand des Drahtes 203 Ohm, während der der primären Rolle 0,33 Ohm war.

Die vier Spiralen des Galvanometers, welche zu je zwei auf die beiden Rollen vertheilt waren, wurden parallel geschaltet und ergaben einen Widerstand von 15 Ohm.

Zur *Strommessung* wurde theils ein „platform ampèremeter" von Lord Kelvin, theils ein Siemen'sches Torsionsgalvanometer benutzt, deren Aichungen voltametrisch controllirt wurden.

Als *Stromquelle* wurden Accumulatoren benutzt.

Zu erwähnen ist noch ein *Flüssigkeitsrheostat* zur Entmagnetisirung des Eisenringes mittels stetig abnehmender Stromwechsel. [1]) Seine Dimensionen waren: 35 cm Höhe und 11 cm Durchmesser. Mit einer Lösung von Zinksulfat in einer Concentration von etwa 40 Proc. hatte derselbe einen Widerstand von ca. 10 Ohm.

§ 4. Der Eisenring.

Ein quadratisches Stück bester schwedischer Eisenplatte (Marke: P. S. B. A.) wurde sorgfältig 48 Stunden lang ausgeglüht und aus diesem ein ringförmiges Stück ausgeschnitten und roh abgedreht, und, nachdem dieses noch einmal ausgeglüht war, der Ring in seiner endgültigen Form vollkommen kreisförmig und mit kreisförmigem Querschnitt mittels einer dazu hergestellten Leere abgedreht.

Seine Dimensionen wurden theils durch Ausmessung mit Calibermaass, Contactschraube und Theilmaschine, theils durch Wägung gemessen.

1) Welcher im wesentlichen noch Ewing l. c. ausgeführt war. Die Angabe wurde vor Erscheinen des Buches einem Artikel desselben Autors im „Electrician" entnommen.

Die Längenmessungen ergaben folgende Dimensionen:

$$r = 70{,}65 \text{ mm}, \quad R = 88{,}55 \text{ mm},$$

$$\varrho = \frac{R + r}{2} = 79{,}6 \text{ mm} = 7{,}96 \text{ cm};$$

$$2\pi\varrho = 500{,}1 \text{ mm} = 50{,}01 \text{ cm},$$

$$a = 8{,}95 \text{ mm},$$

woraus $S = a^2\pi = 251{,}6 \text{ mm}^2 = 2{,}516 \text{ cm}^2$

und $V = 125{,}86 \text{ cm}^3$.

Die Bedeutung der Bezeichnungen ergiebt sich aus den Fig. 3 und 4. Fig. 3 stellt einen axialen, Fig. 4 einen äquatorialen Schnitt dar. Letzterer enthält den Kreis, auf welchem die Mittelpunkte der Querschnitte liegen (Centralkreis).

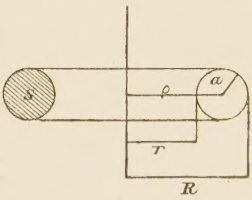


Fig. 3.

Hiernach bedeuten:

R den Radius des äusseren Kreises des Aequatorialschnittes,

r den Radius des inneren Kreises des Aequatorialschnittes,

$\varrho = \frac{R + r}{2}$ den Radius des Centralkreises,

a den Radius des kreisförmigen Querschnittes;

ferner $V = 2\varrho\pi . a^2\pi$ das Volumen des Ringes und $S = a^2\pi$ den Querschnitt des Ringes.

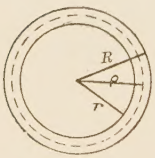


Fig. 4.

Eine zweite Bestimmung des Querschnittes wurde nach dem Vorgange von Rowland[1]) durch Wägung, also auf einem von diesem völlig unabhängigen Wege gemacht. Aus dem Gewichtsverlust des in Wasser getauchten Ringes ergab sich (unter Berücksichtigung der Correction für die Temperatur)

$$V_2 = 126{,}21 \text{ cm}^3,$$

woraus

$$S_2 = \frac{V}{2\pi\varrho} = 252{,}3 \text{ mm}^2 = 2{,}523 \text{ cm}^2.$$

Gleichzeitig ergab sich das specifische Gewicht zu 7,82. Die beiden Werthe von V und S weichen nur um 0,3 Proc. von einander ab. Die Mittelwerthe aus beiden Bestimmungen sind:

$$V = 126{,}03 \text{ cm}^3; \quad \boldsymbol{S = 2{,}519 \text{ cm}^2}.$$

Nach der stattgehabten genauen Ausmessung der Dimensionen

1) Rowland, Phil. Mag. 48. p. 321. 1874.

wurde der Ring [1]) bewickelt in der unten zu berichtenden Weise. Um den für das spätere Ausfräsen des Schlitzes erforderlichen Raum freizuhalten, wurden an einer Stelle in einem mittleren Abstand von 8 mm zwei den Ringquerschnitt umschliessende Messingbacken von etwa 4 mm Dicke und 15 mm äusseren Radius aufgelöthet. Die Fig. 5 zeigt die Art der Auflöthung im Querschnitt, wobei ll die Löthstellen der beiden Halbringe einer Backe, Fig. 6 die Anordnung im Aequatorialschnitt, wobei der Abstand der beiden Backen b_1 und b_2 absichtlich zu gross gezeichnet ist. Ausserdem war diametral zu der Mitte des durch b_1 und b_2 abgesperrten Ringstückes eine dritte ebensolche Backe b_3 angebracht, welche es ermöglichte, die beiden Ringhälften getrennt zu bewickeln.

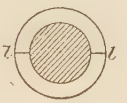


Fig. 5.

Der Ring erhielt drei primäre Windungslagen von 1,5 mm dickem doppeltseidebesponnenem Kupferdraht. Nach Vollendung einer Windungslage wurde auf dieselbe eine Mischung von Wachs und Kolophonium (etwa halb und halb) aufgetragen und mittels eines flachen heissen Eisenstücks so vertheilt, dass sich nach erfolgter Erkaltung der nächstfolgenden Windung wieder eine vollkommen glatte Ringfläche darbot. Hierdurch wurde das Einsinken der Windungen in die darunter befindliche Lage verhütet und eine möglichst grosse Constanz des Querschnittes jeder Lage gewährleistet. In dieser Weise wurden drei primäre Lagen übereinander gewickelt und über die dritte und oberste Lage ebenso eine secundäre Windungslage von $^1/_2$ mm dickem doppelt besponnenem Kupferdraht.

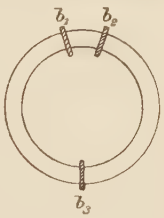


Fig. 6.

Die nachstehende Tabelle enthält die Windungszahlen (N), Radien (a) und Querschnitte (S) der drei primären Lagen, welche durch die Indices 1, 2, 3 der Reihe nach (von innen nach aussen) unterschieden sind:

$N_1 = 241$	$N_2 = 227$	$N_3 = 227$
$a_1 = 9{,}9$ mm	$a_2 = 11{,}6$ mm	$a_3 = 13{,}2$ mm
$S_1 = a_1^2 \pi = 307{,}9$ mm^2	$S_2 = a_2^2 \pi = 422{,}7$ mm^2	$S_3 = 547{,}4$ mm^2

1) Von mir unter Beihülfe des Hrn. O. Wolff, in dessen mechanischer Werkstatt der Ring hergestellt war.

$N_r = N_1 + N_2 + N_3 = 695$; $N = 613$, wo N die Windungszahl der secundären Lage. Der zwischen b_1 und b_2 für das Anbringen des Schlitzes freigelassene Raum liess Platz für weitere drei Lagen von je drei Windungen; diese sind in den vorstehenden Zahlen N_1, N_2, N_3 mit einbegriffen, sodass $N_r = 695$ die gesammte Windungszahl der primären Wickelung bedeutet.

Die beiden Ringhälften waren mit je einem zusammenhängenden Stück primären Drahtes bewickelt, welche bei allen Versuchen hintereinandergeschaltet waren; dasselbe gilt von den beiden Hälften der secundären Spirale. Der Widerstand der primären Windung betrug in dieser Schaltung 0,51 Ohm, derjenige der secundären $R = 4{,}97$ Ohm.

§ 5. Messungsverfahren.

a) Aichung des Galvanometers.

Wie oben (§ 3) erwähnt, wurde zur Auswerthung der Galvanometerausschläge in absolutem Maasse ein gerades Solenoid angewandt, dessen Dimensionen und Constanten l. c. angegeben sind. Die Anwendung des Solenoids hat vor der des Erdinductors den Vorzug, dass man von der erdmagnetischen Intensität, also auch von ihren Variationen unabhängig ist; sie beruht auf der absoluten Messung einer Stromstärke.

Bezeichnen wir mit C den (in absoluten electromagnetischen Einheiten gemessenen) Strom, mit H das durch denselben im Innern des Solenoids erzeugte magnetische Feld, mit Q_s das Zeitintegral der electromotorischen Kraft, welche in einer den Querschnitt der Rolle umschliessenden Windung durch das plötzliche Entstehen oder Verschwinden des Stromes C hervorgebracht wird oder, in der Sprache Faraday's, die Zahl der Kraftlinien, welche jene Windung durchsetzen, so erhalten wir unter Anwendung der in § 3 erläuterten Bezeichnungen und unter Voraussetzung eines gleichförmigen Feldes[1]) im Innern der Rolle

1) Die genannte Voraussetzung ist natürlich nur bei einem unendlich langen Solenoid streng erfüllt, lässt sich aber mit beliebiger Annäherung durch passende Wahl des Verhältnisses zwischen Länge und Querschnitt befriedigen. Der strenge Werth von H für einen Punkt auf der Mitte der Axe eines Solenoids von der Länge l und dem Radius r (Wiedemann, Electr. **3.** p. 208. 3. Aufl.) ist:

$$H = \frac{4\pi C N}{\sqrt{r^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2}}.$$

$$H = \frac{4\pi C N}{l}$$

$$Q_s = H \,.\, A = \frac{4\pi C N A}{l} = \frac{4\pi C \,.\, F}{l}.$$

Wir erhalten also:

$$Q_s = 4\pi C \,.\, 60,\ 64 = 762\, C,$$

oder, wenn wir die Stromstärke, statt in absoluten Einheiten, in Zehnteln, d. i. in Amp., messen:

$$Q_s = 76{,}2\, i,$$

wo i die in Amp. gemessene Stromstärke bedeutet.

Ist n die Zahl der secundären Windungen, r der Widerstand der secundären Leitung einschliesslich des Galvanometers, so ist die in das Galvanometer bei Oeffnen und Schliessen des Stromes geschickte Strommenge:

$$Q_s \cdot \frac{n}{r}.$$

Sind nun die Ausschläge des Galvanometers, wie es die Theorie des ballistischen Galvanometers für kleine Ausschlagswinkel fordert, proportional der in einer gegen die Schwingungsdauer der Nadel sehr kurzen Zeit hineingeschickten Strommenge, so können wir setzen:

$$Q_s \frac{n}{r} = b \,.\, d_s,$$

wo d_s der auf Bogen reducirte Scalenausschlag, welcher durch das Oeffnen oder Schliessen des Stromes im Solenoid hervorgerufen ist, b ein Proportionalitätsfactor, den wir als den „ballistischen" Reductionsfactor des Galvanometers bezeichnen

Nun hatte in unserem Solenoid $\sqrt{r^2 + (l/2)^2}$ den Werth 487,3, wich also nicht um 0,1 Proc. von $l = 487{,}0$ mm ab. Der Forderung der Endlosigkeit war also mit hinreichender Annäherung Genüge gethan. Da die Länge der secundären Rolle, welche die Mitte des Solenoides umschloss, 57 mm (gegen 487 mm der Länge der Rolle, also nur etwas über $^1/_9$) betrug, so waren die sämmtlichen secundären Windungen genügend von den Endflächen des Solenoids entfernt, um einen merklichen Einfluss derselben auszuschliessen. Uebrigens ergaben Controllversuche, dass kleine Verschiebungen der secundären Rolle nach den Enden zu keinen merklichen Einfluss auf den Ausschlag des Galvanometers hatten, wodurch eine experimentelle Bestätigung für die Gleichförmigkeit des Feldes im mittleren Theile des Solenoids geliefert wurde.

könnten und welcher die durch einen Ausschlag von einem Scalentheil (nach vorgenommener Reduction auf Bogen) gemessene Strommenge angibt.

Wird anstatt Oeffnens oder Schliessens der Strom commutirt, so wird der Ausschlag doppelt so gross, und statt Q_s ist $2\,Q_s$ zu setzen, sodass bei Commutirung:

$$2\,Q_s \cdot \frac{n}{r} = b\,.\,d_s,$$

daraus:

$$\frac{b}{2} = \frac{1}{d_s} Q_s \cdot \frac{n}{r} = \frac{1}{d_s} \cdot \frac{n}{r} \cdot 76{,}2\,i,$$

und da $n = 632$, $r = 36{,}44$ Ohm $= 36{,}44\,.\,10^9$ [cm sec^{-1}]

$$\frac{b}{2} = \frac{1}{d_s} \cdot \frac{632\,.\,762}{36{,}44}\, i\,.\,10^{-9} = 1321\, \frac{i}{d_s} \cdot 10^{-9}\,.$$

Es ergab sich im Verlaufe der Untersuchung, d. h. während mehr als der Dauer eines Jahres, stets:

$$b = 66{,}0\,.\,10^{-9} \pm 1 \text{ Proc.},$$

ein Beweis für die Constanz des Galvanometers.

b) Berechnung der magnetischen Kraft ($\mathfrak{H}$) und der Magnetisirung ($\mathfrak{J}$).[1])

Wir wollen kurz die anzuwendenden Formeln auf Grund der von Kirchhoff[2]) gegebenen Theorie des gleichförmig magnetisirten Eisenringes ableiten.

Wir nehmen zunächst ein einziges Ringsolenoid an; für dieses als ein endloses Solenoid ist die magnetische Kraft:

$$\mathfrak{H} = \frac{4\,\pi\,C\,N}{l};$$

N/l, die Windungszahl pro Längeneinheit, und demzufolge $\mathfrak{H}$ variirt von innen nach aussen (in Cylinderflächen, die coaxial der Rotationsaxe des Ringes sind), weil $l = 2\,\pi\,r$ und r von r_1 bis r_2 variirt. Dadurch würde sich streng genommen für ein variables r ergeben:

$$\mathfrak{H} = \frac{4\,\pi\,C\,N}{2\,\pi\,r} = \frac{2\,C\,N}{r},$$

1) Eine übersichtliche Darstellung der verschiedenen Methoden zur Untersuchung magnetischer Körper findet man bei Ewing, Magn. ind. etc. Cap. II u. III.

2) Kirchhoff, Ges. Abhandl. p. 223.

und die Zahl der Kraftlinien, welche den ganzen Querschnitt des Ringes erfüllen (das Flächenintegral der magnetischen Kraft über den Querschnitt), wäre

$$= \int \mathfrak{H}\, dS = 2\,C\,N \int \frac{dS}{r} = 4\,C\,N\pi\,(\varrho - \sqrt{\varrho^2 - a^2})\ ^{1}),$$

wo a der Radius des Querschnittes und ϱ der Abstand des

---

1) Drücken wir das Flächenelement dS durch Polarcoordinaten r' und ϑ aus (vgl. Fig. 7), so wird:

$$\int \frac{dS}{r} = 2 \int_0^{\pi} \int_0^{a} \frac{r' \,.\, dr' \,.\, d\vartheta}{\varrho + r' \,.\, \cos\vartheta} = 2 \int_0^{a} r'\, dr' \int_0^{\pi} \frac{d\vartheta}{\varrho + r' \cos\vartheta};$$

setzt man:

$$z = \operatorname{tg} \frac{\vartheta}{2},$$

so wird:

$$\int_0^{\pi} \frac{d\vartheta}{\varrho + r' \cos\vartheta} = \int_0^{\infty} \frac{2\,dz}{(1+z^2)\left[\varrho + r' \,.\, \dfrac{1-z^2}{1+z^2}\right]},$$

und nach einigen Umformungen:

$$= \frac{1}{\varrho + r'} \int_0^{\infty} \frac{2\,dz}{1 + \dfrac{\varrho - r'}{\varrho + r'}\, z^2},$$

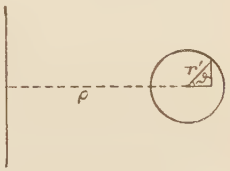


Fig. 7.

setzt man wiederum:

$$u = z \sqrt{\frac{\varrho - r'}{\varrho + r'}},$$

so wird dies:

$$= \frac{1}{\varrho + r'} \int_0^{\infty} \frac{2\,du}{\sqrt{\dfrac{\varrho - r'}{\varrho + r'}}\,(1 + u^2)} = \frac{2}{\sqrt{\varrho + r'}\,\sqrt{\varrho - r'}} \Big[\operatorname{arctg} u\Big]_0^{\infty}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{\varrho^2 - r'^2}} \left(\frac{\pi}{2} - 0\right) = \frac{\pi}{\sqrt{\varrho^2 - r'^2}}.$$

Es folgt also:

$$\int \frac{dS}{r} = 2\pi \int_0^{a} \frac{r' \,.\, dr'}{\sqrt{\varrho^2 - r'^2}} = -2\pi \Big[\sqrt{\varrho^2 - r'^2}\Big]_0^{a} = 2\pi\,[\varrho - \sqrt{\varrho^2 - a^2}]$$

wie oben angegeben; dieser Beweis ist bei Kirchhoff l. c. nicht geführt.

Querschnittcentrums von der Axe des Ringes. Dieser Ausdruck, durch den Querschnitt $a^2\pi$ dividirt, würde die mittlere Feldintensität ergeben. Entwickeln wir die Wurzel in einer binomischen Reihe, so folgt:

$$\sqrt{\varrho^2 - a^2} = \varrho\sqrt{1 - \left(\frac{a}{\varrho}\right)^2} = \varrho\left[1 - \tfrac{1}{2}\left(\frac{a}{\varrho}\right)^2 - \tfrac{1}{8}\left(\frac{a}{\varrho}\right)^4 - \tfrac{1}{16}\left(\frac{a}{\varrho}\right)^6 \cdots\right],$$

sodass

$$\int \mathfrak{H}\, dS = 4\pi C N \varrho\left[\tfrac{1}{2}\left(\frac{a}{\varrho}\right)^2 + \tfrac{1}{8}\left(\frac{a}{\varrho}\right)^4 \cdots\right]$$
$$= 2\pi C N \varrho\left[\left(\frac{a}{\varrho}\right)^2 + \tfrac{1}{4}\left(\frac{a}{\varrho}\right)^4 + \cdots\right]$$

Nun war in unserem Falle der mittlere Werth von

$$\frac{a}{\varrho} = \frac{11{,}6}{79{,}6} = \text{ca. } \frac{1}{7};$$

also angenähert $(a/\varrho)^2 = \frac{1}{50}$ und $\frac{1}{4}(a/\varrho)^4 = \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{50}\cdot\frac{1}{50}$, d. h. das zweite Glied $\frac{1}{4}(a/\varrho)^4$ ist nur $\frac{1}{200}$ des ersten $(a/\varrho)^2$. Wir machen also nur einen Fehler von ca. $^1/_2$ Proc., wenn wir das zweite Glied (und wegen der raschen Convergenz alle weiteren Glieder) fortlassen, sodass übrig bleibt:

$$\int \mathfrak{H}\, dS = 2\pi C N \varrho\left(\frac{a}{\varrho}\right)^2 = 2\pi C N \frac{a^2}{\varrho},$$

und als Mittelwerth der Feldintensität:

$$\frac{\int \mathfrak{H}\, dS}{a^2\pi} = \frac{2CN}{\varrho}.$$

Dies ist aber der Werth von $\mathfrak{H}$ im Mittelpunkte des Querschnittes, weil hier $r = \varrho$.

Wir können also unbedenklich, indem wir diesen Werth an Stelle des Mittelwerthes von $\mathfrak{H}$ setzen, die Aenderung der magnetischen Kraft mit dem Radius vernachlässigen. Wenden wir dieses Ergebniss auf alle drei den Ring umschliessenden Solenoide an, so erhalten wir als resultirende magnetische Kraft die Summe der drei von jenen herrührenden:

$$\mathfrak{H} = \mathfrak{H}_1 + \mathfrak{H}_2 + \mathfrak{H}_3 = \frac{2CN_1}{\varrho} + \frac{2CN_2}{\varrho} + \frac{2CN_3}{\varrho}$$
$$= \frac{2C}{\varrho}(N_1 + N_2 + N_3) = \frac{2C}{7{,}96}\cdot 695 = 174{,}6\,C,$$

oder, wenn wir den Strom, statt in absoluten Einheiten, in Amp. messen und die Zahl der Amp. mit i bezeichnen:

(1) $$\mathfrak{H} = \mathbf{17{,}46}\,i.$$

Ist der von dem Ringsolenoid umschlossene Raum ganz mit Eisen erfüllt, so wird dasselbe überall in Richtung der magnetischen Kraft, d. i. ist senkrecht zum axialen Querschnitt und gleichförmig innerhalb desselben magnetisirt. Wird nun der die primären Solenoidwindungen durchfliessende Strom plötzlich geöffnet oder geschlossen (oder auch verstärkt oder geschwächt), so wird in einer den ganzen Querschnitt umschliessenden secundären Windung eine electromotorische Kraft inducirt, deren Zeitintegral durch den Ausschlag eines in die secundäre Leitung eingeschlossenen Galvanometers gemessen werden kann. Dieses Zeitintegral ist gleich der Aenderung des Flächenintegrals der magnetischen Induction $\mathfrak{B}$ über den von der secundären Windung umschlossenen Querschnitt.

Bezeichnen wir, wie oben, mit N die Windungszahl der secundären Ringwickelung, ferner mit R den Widerstand der secundären Leitung (einschliesslich Galvanometer, Dämpfungsspirale und eventuell eingeschaltete Widerstände), mit Q_r die gesammte durch die Stromänderung (resp. Oeffnen, Schliessen oder Commutiren) in den secundären Windungen erzeugte electromotorische Kraft, so geht durch das Galvanometer die Strommenge:

$$\frac{Q_r \cdot N}{R}.$$

Macht das Galvanometer infolge dieses Stromstosses einen Ausschlag von α Scalentheilen (auf Bogen reducirt), so haben wir mit Benutzung des durch die Aichung ermittelten „ballistischen“ Reductionsfactors für das Stromintegral den anderen Ausdruck:

$$b \,.\, \alpha.$$

Es folgt:

$$Q_r \cdot \frac{N}{R} = b \,.\, \alpha$$

$$Q_r = \frac{R}{N} \cdot b \,.\, \alpha.$$

Angenommen nun, die secundären Windungen umschlössen unmittelbar den ringförmigen Eisenkern, so hätten wir, da wir nach dem Obigen die Magnetisirung als gleichförmig ansehen dürfen:

$$Q_r = \Delta \mathfrak{B} \,.\, S^{1})$$

$$\Delta \mathfrak{B} = \frac{Q_r}{S} = \frac{\frac{R}{N} \cdot b\,\alpha}{S},$$

wo S den Querschnitt des Eisenringes und $\Delta \mathfrak{B}$ die Aenderung der magnetischen Induction bedeuten.

Umschliessen dagegen die secundären Windungen nicht unmittelbar den Eisenkern, sondern gleichzeitig mit diesem die primäre Wickelung, so trägt auch die Variation der ausserhalb des Eisens verlaufenden Kraftlinien, welche von jener herrühren, zu dem vom Galvanometer gemessenen Stromimpuls bei. Wir müssten daher diesen Theil, wenn wir die magnetische Induction im Eisen messen wollten, durch eine Correction ausschliessen. Wir ziehen es jedoch vor[2]), anstatt der magnetischen *Induction*, die *Magnetisirung* zu bestimmen, d. i. das magnetische Moment pro Volumeneinheit, welche mit der Induction durch die bekannte Gleichung verbunden ist:

$$\mathfrak{J} = \frac{\mathfrak{B} - \mathfrak{H}}{4\pi}.$$

Um diese zu finden, müssen wir nicht nur die ausserhalb des Eisens, sondern überhaupt alle vom magnetisirenden Strome herrührenden Kraftlinien von der gesammten durch das Galvanometer angezeigten Kraftlinienzahl in Abrechnung bringen, d. i. diejenige electromotorische Kraft, welche in einer die primäre Wickelung umschliessenden Windung durch Schliessen oder Oeffnen des Stromes entstehen würde, wenn der Innenraum völlig eisenfrei wäre; diese ist aber, unter der oben motivirten Näherungsannahme, dass das Feld jeder Windungslage gleichförmig ist, offenbar:

$$\mathfrak{H}_1 S_1 + \mathfrak{H}_2 S_2 + \mathfrak{H}_3 S_3 = \frac{2\,C}{\varrho}(N_1 S_1 + N_2 S_2 + N_3 S_3)$$

$$= \frac{2\,C}{7{,}96}(742 + 960 + 1242) = \frac{2\,C \,.\, 2944}{7{,}96} = 739{,}7\,C,$$

---

1) $$Q_r = \int_{t_0}^{t_1} \mathfrak{B} \,.\, d\,S = \mathfrak{B} \,.\, S = \Delta \mathfrak{B} \,.\, S.$$

2) Vgl. du Bois, Phil. Mag. (5) **29.** p. 303. 1890 am Schluss (§§ 16 und 17) und Verhandl. der physikal. Ges. Berlin vom 27. Juni 1890.

oder, wenn wir statt in absoluten Einheiten den Strom in Zehnteln (in Amp.) messen:

$$= 73{,}97\, i.$$

Berücksichtigen wir gleichzeitig, dass, wie wir oben hergeleitet haben,

(1) $$\mathfrak{H} = 17{,}46\, i$$

$$i = \frac{\mathfrak{H}}{17{,}46},$$

so folgt:

$$73{,}97\, i = \frac{73{,}97}{17{,}46}\mathfrak{H} = \mathbf{4{,}24\,\mathfrak{H}}.$$

Der nach diesem Abzug verbleibende Rest ist dann:

$$\mathfrak{B}\,S - \mathfrak{H}\,S = 4\pi\,\mathfrak{J}\,.\,S = Q_r - (\mathfrak{H}_1 S_1 + \mathfrak{H}_2 S_2 + \mathfrak{H}_3 S_3),$$

woraus:

(2) $$\mathfrak{J} = \frac{Q_r - (\mathfrak{H}_1 S_1 + \mathfrak{H}_2 S_2 + \mathfrak{H}_3 S_3)}{4\pi S} = \frac{\frac{R}{N} b\,.\,\alpha - 4{,}24\,\mathfrak{H}}{31{,}65}.$$

Zu dieser Formel (2) ist zu bemerken, dass ihr die (im allgemeinen unrichtige) Voraussetzung zu Grunde liegt, dass durch Stromöffnung alle Inductionslinien verschwinden, oder durch Stromschluss erst alle der Magnetisirung entsprechenden Inductionslinien auftreten, d. h. dass keine remanente Magnetisirung im Eisen zurückbleibt oder vorhanden war. Dieser Einwand fällt weg, erstens, wenn wir ähnlich wie oben schreiben:

(2a) $$\Delta\mathfrak{J} = \frac{\frac{R}{N} b\,.\,\alpha - 4{,}24\,\Delta\mathfrak{H}}{31{,}65},$$

wo $\Delta\mathfrak{J}$ und $\Delta\mathfrak{H}$ die einer Stromänderung Δi entsprechenden Aenderungen der Magnetisirung und der Feldintensität bedeuten. Diese Formel wäre also anzuwenden bei schrittweiser Magnetisirung durch Schwächung oder Verstärkung des Stromes.

Zweitens lässt sich der Einfluss des remanenten Magnetismus fast völlig eliminiren durch Anwendung der Commutirung des Stromes. Es ergibt sich dann einfach durch Halbirung des Ausschlags:

(2b) $$\mathfrak{J} = \frac{\frac{R}{N}\frac{b}{2}\alpha - 4{,}24\,\mathfrak{H}}{31{,}65}.$$ [1])

1) Der Antheil der vom Strome herrührenden Kraftlinien an dem Ausschlage ist wegen der Commutirung natürlich $2\,.\,4{,}24\,\mathfrak{H}$, wird aber durch die Halbirung der gesammten Kraftlinienzahl wieder zu $4{,}24\,\mathfrak{H}$, weshalb die Correction ungeändert bleibt.

Eine auf diese Weise erhaltene Magnetisirungscurve (aufsteigende Commutirungscurve) wird zwischen den beiden Aesten der Hysteresisschleife verlaufen. Sie kann statt jener zum Studium des magnetischen Verhaltens benutzt werden für alle Fragen, bei denen es auf die Kenntniss der Retentionsfähigkeit und der Coercitivkraft, allgemein gesagt der Hysteresis, nicht ankommt.

c. Die Beobachtung.

Da infolge der Hysteresis das magnetische Verhalten des Eisens von seiner „magnetischen Vorgeschichte“ abhängt, so war es von Wichtigkeit, bei Beginn jeder Messungsreihe von einem wohldefinirten, eindeutig bestimmten, magnetischen Zustande des Ringes auszugehen. Hierzu wurde ein von bedeutender Stärke (welche durch die grösste vorher angewandte Stärke bestimmt war) unter fortwährendem Commutiren allmählich bis auf Null absinkender Strom durch die primären Windungen des Ringes geschickt, zu dessen Schwächung der oben (§ 3) erwähnte Flüssigkeitsrheostat benutzt wurde,[1] indem die dem Ring parallel geschaltete Flüssigkeitssäule (vgl. Fig. 8) fortdauernd bis zu annäherndem Verschwinden verkleinert wurde. Durch stufenweise Verkleinerung des angewandten Hauptstromes konnte diese Schwächung beliebig weit getrieben werden; der Eisenkern war somit in einem genau definirten unmagnetischen Zustande.

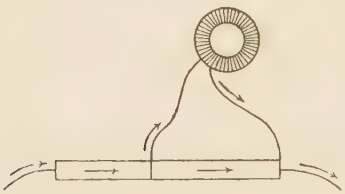


Fig. 8.

Bei der darauf folgenden Messung wurde stufenweise von schwächeren zu stärkeren Feldern übergegangen und eine Wiederholung der Reihe (oder etwa erwünschte Einschaltung eines Curvenpunktes) nie ohne vorherige Entmagnetisirung vorgenommen. Zur Herstellung einer Curve wurde eine erhebliche Anzahl Punkte (bei der ersten für den geschlossenen Ring: 25) bestimmt, deren jeder durch das Mittel aus zehn Beobachtungen gewonnen war. Nach dem fünften Ausschlage wurde der Commutator c_g, welcher die Stromrichtung im Galvanometer zu wechseln gestattete, umgelegt, um den Ein-

fluss etwaiger Fernwirkungen, welche ihren Sinn gleichzeitig mit dem Hauptstrom wechselten, zu eliminiren.

Da bis zu erheblichen Stromstärken (über 20 Amp.) gegangen wurde, so musste hierbei eine ausserordentliche Erhitzung der Ringwickelung und dadurch des Ringes eintreten, welche wegen der eigenthümlichen Gestalt und der dadurch bedingten geringen Oberfläche durch Ausstrahlung nicht erheblich vermindert werden konnte. Der Ring wurde deshalb für diese Fälle in ein mit reinem Petroleum gefülltes, kreisrundes Glasgefäss gestellt und durch hineingelegtes Eis gekühlt. Er war dabei durch drei Holzscheibchen so erhöht, dass er ganz von der Flüssigkeit umspült war; das durch Schmelzung am Boden angesammelte Wasser konnte durch einen Heber entfernt werden. Dieses einfache Verfahren erwies sich sehr brauchbar; das eingetauchte Thermometer zeigte stets zwischen 10^0 und 20^0.

Auf diese Weise wurde zunächst sorgfältig die normale Magnetisirungscurve des geschlossenen Ringes bestimmt (vgl. Nr. I *g* der Tafel), welche das reine Bild des magnetischen Verhaltens der untersuchten Eisensorte gibt und die Grundlage der weiteren Untersuchungen bildet.

Ein Versuch, die Hysteresiscurve bestimmen, führte zu der Erfahrung, dass das Resultat von der Zahl der Schritte abhing, und zwar in der Weise, dass die Summe der Magnetisirungsänderungen, welche das $\mathfrak{J}$ für das höchste angewandte $\mathfrak{H}$ ergab, um so kleiner ausfiel, je grösser die Zahl der Schritte war, welche zu diesem $\mathfrak{H}$ führte. Diese Abweichung rührt, wie mir scheint, von der bei so dicken unzertheilten Gebilden aus weichem Eisen hauptsächlich infolge von Foucault'schen Strömen erheblichen magnetischen Verzögerung [1]) her. Infolge dieser ist die Zeit, welche der Ring zur Erreichung seines endgültigen Zustandes braucht, nicht mehr verschwindend im Vergleich zur Schwingungsdauer des Galvanometers. Dieser Fehler muss sich natürlich bei mehreren zu einer Magnetisirung erforderlichen Messungen durch Summirung vergrössern, während er ersichtlich bei der anderen Beobachtungsweise nur klein bleibt. Uebrigens ist er nur bei schwachen Feldern

1) Ewing, l. c. § 88.

von merklicher Grösse. Die Ermittelung von Hysteresiscurven wurde daher aufgegeben.

§ 6. Das Aufschlitzen des Ringes.

Nach der Bestimmung der Normalcurve für den geschlossenen Ring wurde letzterer in der Weise aufgeschlitzt, dass zunächst mit Hülfe einer Kreisfräse von 1 mm Dicke in dem dafür freigelassenen Raum (in der Mitte zwischen den Backen b_1 und b_2, Fig. 6) ein radialer Schlitz möglichst eben, parallel und scharfkantig ausgeführt wurde. Um jedoch auch bei kleineren Schlitzweiten als 1 mm messen zu können, wurde um den Ring ein Messingreif (Fig. 9) gelegt, welcher an einer Stelle offen war und daselbst durch eine Schraube verkleinert oder vergrössert werden konnte. Dieser wirkte auf den Ring ein mittels kleiner Holzstückchen, welche so geschnitten waren, dass sie sich auf der einen Seite der Oberfläche des Ringes, auf der anderen der Innenseite des Reifens genau anpassten. Durch Anziehen der kräftigen Schraube konnte dadurch ein gleichmässiger radialer Druck auf den ganzen Ring ausgeübt werden, unter welchem derselbe sich soweit zusammenschloss, als ein in den Schlitz geschobenes Messingscheibchen gestattete. Ein solches wurde zu jedem Schlitz zur genauen Fixirung seiner Stirnflächen in der erforderlichen Dicke geschnitten und zwar gleichfalls planparallel und mit einem Durchmesser gleich oder fast gleich dem des Ringquerschnittes.

Fig. 9.

Bei Schlitzen weiter als 1 mm, welche mit Fräsen von resp. 2 mm und 3,5 mm Dicke ausgeschnitten wurden, wurde die Benutzung des schliessenden Reifens unnöthig gemacht dadurch, dass das Messingplättchen in solcher Dicke hergestellt wurde, dass es nur mit einigem Zwang in den Schlitz geschoben werden konnte, wodurch der Ring sich vermöge seiner eigenen Elasticität fest anlegte.

Nachdem der Zwischenraum mit einem feinen Pinsel sorgfältig von allen etwaigen Eisentheilchen gereinigt war, wurde das Messingplättchen eingeschoben und durch etwas geschmolzenen Wachskitt oder Schellack in seiner centrischen Lage

fixirt. Darauf wurden (ausser bei dem ersten, engsten Schlitz) um den glattgefeilten Rand des Scheibchens eine Anzahl Windungen sehr feinen besponnenen Kupferdrahtes (von 0,15 mm und 0,25 mm Durchmesser incl. Isolirung) unter Zuhülfenahme einer Lupe sorgfältig nebeneinander gewickelt, derart, dass sie eine kleine den Zwischenraum gerade ausfüllende Spule von dem Durchmesser des Ringquerschnittes bildeten, mit Hülfe deren der Inductionsfluss durch den Luftraum (vgl. unten) gemessen werden konnte. Nachdem die Windungen in dieser Lage durch geschmolzenen Wachskitt befestigt waren, wurden die Enden des feinen Drahtes, welche den Schlitz an genau correspondirenden Stellen verliessen, in der Art, wie es die Fig. 10 zeigt, weitergeführt, dicht anliegend erst an dem Eisen, dann wieder umgebogen und an den Messingbacken aufwärts geführt und gleichfalls durch Kitt befestigt. Hierauf wurde die ganze nunmehr continuirliche Fläche zwischen den Backen gleichmässig mit Band oder weichem Bindfaden umwickelt und darüber die neun Windungen der primären Spirale, welche den Raum ausfüllten, gewickelt. Indem auch hierbei durch kleine parallel angelegte Stücke dickeren Bindfadens die hinausführenden Enden des feinen Drahtes vor Berührung mit dem dicken Draht geschützt wurden, war das ganze System der kleinen Spule gegen Berührung und Verrückung sichergestellt. Die für die Messung nothwendige Verbindung mit der Leitung des Galvanometers wurde dann nach Aufstellung des Ringes durch Anlöthen an zwei Kupferstäbe hergestellt.

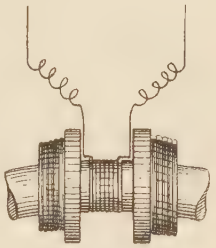


Fig. 10.

Die Messung der Schlitzweite wurde nach Vollendung der zugehörigen Messungsreihe mit der Theilmaschine ausgeführt, nachdem die Drahtwindungen entfernt, die Messingscheibe aber in dem Schlitz belassen war. Da die Kanten des Schnittes durch das Mikroskop unscharf und leicht gerundet erschienen, so wurde bei der Messung darauf geachtet, dass der Doppelfaden des Oculars nicht auf diese selbst, sondern auf das Verschwinden des Metallglanzes, welches durch eine ziemlich scharfe dunkle Linie erkennbar war, eingestellt wurde.

Auf diese Weise wurden für beide Seiten des Ringes aus je zehn Ablesungspaaren die Kantenabstände bestimmt, welche, zumal bei den kleinsten Schlitzten, Unterschiede von mehreren Procenten ergaben. Das arithmetische Mittel aus beiden ergab einen Werth, der durchweg etwas grösser war, als die direct (mit geaichtem Contactmikrometer) gemessene Dicke des Messingscheibchens. Es wurde daher wiederum das arithmetische Mittel aus der optischen und der directen Dickenmessung genommen und dieses als der mittlere Werth der Schlitzweite angesehen und in Rechnung gebracht.

§ 7. Theorie des geschlitzten Ringes.

Bevor wir zur Mittheilung der Messungsergebnisse übergehen, wird es sich empfehlen, die Resultate der von Hrn. du Bois[1]) gegebenen Theorie des geschlitzten Ringes in Kürze wiederzugeben, um dieselben dann auf die von uns untersuchten Fälle anwenden und mit den Ergebnissen der Beobachtung vergleichen zu können.

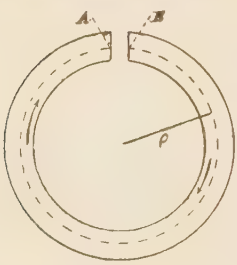


Fig. 11.

Indem wir uns seiner Bezeichnungsweise anschliessen, unterscheiden wir durch die Indices i und e, ob die mit denselben ausgestatteten Vectoren ($\mathfrak{H}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{J}$) von dem (magnetisirten) Eisen oder von anderen Ursachen herrühren; die resultirende geometrische (bei verschwindendem Richtungsunterschied algebraische) Summe beider wird durch den Index t (total) gekennzeichnet. Ferner wird durch Accentuiren angedeutet, dass die betreffende Grösse im Innern des Eisens betrachtet wird.

Für einen radial aufgeschlitzten, durch ein gleichförmig peripherisches Feld magnetisirten Eisenring (Fig. 11) ist der „selbstinducirte“ Antheil ${}^{E}_{A}\mathcal{T}_i$ des magnetischen Potentialzuwachses über die Axe des Schlitzes (l. c. Gleichung (7) p. 494):

(1) $$ {}^{E}_{A}\mathcal{T}_i = \overline{N}\,\overline{\mathfrak{J}}\,(2\pi\varrho - d) $$

wo d die Weite des Schlitzes bedeutet.

1) du Bois, Wied. Ann. **46.** p. 485. 1892. Vgl. auch: du Bois, Verh. d. phys. Ges. Berlin, 27. Juni. p. 81. 1890.

Wir können nun für ${}^{E}_{A}\Upsilon_i$ einen zweiten Ausdruck bilden, indem wir in erster Annäherung die Magnetisirung über den ganzen Querschnitt constant und überall peripherisch gerichtet annehmen und uns daher beide Stirnflächen mit einer fictiven Belegung von der constanten Flächendichte $\pm \Im$ bedeckt denken. Die Ableitung dieses Ausdruckes sei hier eingeschaltet, da bei Hrn. du Bois nur das Resultat ohne Beweis gegeben wurde.

Die von einem Flächenelement eines so belegten Stirnfläche auf einen Punkt der im Mittelpunkte errichteten Normalen in Richtung derselben ausgeübte Componente der magnetischen Kraft ist (Fig. 12):

$$\frac{\Im \,.\, r \,.\, dr \,.\, d\vartheta}{x^2 + r^2} \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2 + r^2}},$$

wo r und ϑ die Polarcoordinaten des Flächenelementes und x den Abstand des Punktes der Normale vom Fusspunkte bedeutet.

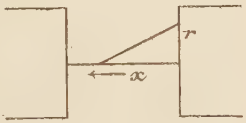


Fig. 12.

Die Integration über ϑ und r ergibt:

$$2\pi\Im \,.\, x \int_0^a \frac{r\,dr}{(x^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}} = -2\pi\Im \,.\, x \left[\frac{1}{\sqrt{r^2 + x^2}}\right]_0^a$$

$$= 2\pi\Im \,.\, x \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sqrt{a^2 + x^2}}\right) = 2\pi\Im \left(1 - \frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}}\right).$$

Dieser Ausdruck für die gesammte von der Stirnfläche herrührende Kraftcomponente, über den Abstand beider Stirnflächenmittelpunkte integrirt und mit zwei multiplicirt, gibt den Potentialzuwachs von A bis E:

$${}^{E}_{A}\Upsilon_i = 2 \,.\, 2\pi\Im \int_0^d x\,dx \int_0^a \frac{r \,.\, dr}{(x^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$= 4\pi\Im \left[\int_0^d dx - \int_0^d \frac{x \,.\, dx}{\sqrt{a^2 + x^2}}\right]$$

$$= 4\pi\Im \left\{\left[x\right]_0^d - \left[\sqrt{a^2 + x^2}\right]_0^d\right\}$$

$$= 4\pi\Im \left\{d - \left[\sqrt{a^2 + d^2} - a\right]\right\}.$$

(2) $$ {}^{E}_{A}\Upsilon_i = 4\pi\Im[d + a - \sqrt{d^2 + a^2}\,]\,^{1}). $$

Aus (1) und (2) folgt (indem wir für den Radius des Querschnittes anstatt a den Buchstaben r setzen):

$$ \overline{N} = \frac{4\pi\Im(d + r - \sqrt{d^2 + r^2})}{\overline{\Im}(2\pi\varrho - d)} $$

(3) $$ \overline{N} = \frac{2(d + r - \sqrt{d^2 + r^2})}{\varrho - \frac{d}{2\pi}} $$

Die Voraussetzung normal gegen die Stirnflächen gerichteter Magnetisirung und constanter Flächendichte der Belagungen, unter der dieser Ausdruck abgeleitet ist, trifft in Wirklichkeit zu für ein unendliches Feld, also für den Sättigungswerth von $\Im$, in welchem Falle $\overline{\Im} = \Im$ wird; wir werden daher das durch die Gleichung (3) definirte $\overline{N}$ durch N_∞ bezeichnen.

Als zweite Annäherung gibt Hr. du Bois den Ausdruck (l. c. Gleichung (10) p. 495):

(4) $$ {}^{E}_{A}\Upsilon_i = 4\pi\overline{\Im}\,d\,.\,\mathfrak{n}, $$

wo die Zahl $\mathfrak{n}$ nur Function des Verhältnisses d/r ist. Sie muss sehr nahe gleich sein dem reciproken Werthe des Hopkinson'schen Streuungscoefficienten ν, wie sich durch folgende Betrachtung näher erläutern lässt.

Ist S der Querschnitt des Ringes, $\mathfrak{G} = \int\mathfrak{B}\,.\,dS$ der Inductionsfluss durch denselben, so bedeutet nach der obigen Bezeichnungsweise $\mathfrak{G}_i$ den totalen Inductionsfluss durch den Schlitz, sodass:

---

1) In der angeführten Abhandlung des Hrn. du Bois p. 494 Gleichung (8) muss also das unrichtige Zwischenglied:

$$ 2\int_0^d \frac{x\,dx}{\sqrt{r_2^2 + x^2}} $$

ersetzt werden durch

$$ 2\,.\,2\pi\Im\int_0^d\int_0^r \frac{r_2\,dr_2\,x\,dx}{(r_2^2 + x^2)^{3/2}}. $$

Wie das Resultat, welches mit dem obigen genau übereinstimmt, beweist, liegt hier nur ein Abschreibfehler vor (r_2 entspricht der im Text mit r bezeichneten Grösse).

$$\frac{\mathfrak{G}_t}{S} = \mathfrak{B}_{tm} = \mathfrak{H}_{tm},$$

(wobei durch den Index m der Mittelwerth innerhalb des Querschnittes bezeichnet wird, während der Horizontalstrich den Mittelwerth längs einer Inductionslinie anzeigt), weil in Luft $\mathfrak{B}_t = \mathfrak{H}_t$; das nur vom Eisen herrührende $\mathfrak{H}$ ist:

$$\mathfrak{H}_i = \mathfrak{H}_t - \mathfrak{H}_e.$$

Nun ist

$$\overset{A}{\underset{E}{}}\Upsilon_i = \int_0^d \mathfrak{H}_{im}\, dL$$

(genommen über die Verbindungslinie der beiden Stirnflächencentren) oder mit Rücksicht auf die geringe Veränderlichkeit von $\mathfrak{H}_{im}$ innerhalb der Weite des Schlitzes:

$$\text{angenähert} = \mathfrak{H}_{im} \cdot d,$$

also nach Gleichung (4):

$$\mathfrak{H}_{im} \cdot d = \overset{A}{\underset{E}{}}\Upsilon_i = 4\pi \overline{\mathfrak{J}}\, d \cdot \mathfrak{u},$$

woraus:

$$\mathfrak{u} = \frac{\mathfrak{H}_{im}}{4\pi \overline{\mathfrak{J}}}.$$

Den Hopkinson'schen Factor ν kann man aber definiren durch:

$$\nu = \frac{\overline{\mathfrak{G}_t}' \text{ (in Eisen)}}{\mathfrak{G}_t \text{ (in Luft)}} = \frac{\overline{\mathfrak{B}}_t'}{\mathfrak{B}_{tm}} = \frac{4\pi \overline{\mathfrak{J}} + \overline{\mathfrak{H}}_t'}{\mathfrak{H}_{tm}} = \frac{4\pi \overline{\mathfrak{J}} + \overline{\mathfrak{H}}_t'}{\mathfrak{H}_{im} + \mathfrak{H}_{em}}.$$

Nun verschwindet (wenigstens bei den anwendbaren, mässigen Feldern und bei mässigen Schlitzweiten)

$$\overline{\mathfrak{H}}_t' \text{ gegen } 4\pi \overline{\mathfrak{J}} \text{ (in Eisen)}$$

und

$$\mathfrak{H}_{em} \text{ gegen } \mathfrak{H}_{im} \text{ (in Luft)}^1),$$

daher:

$$\nu = \frac{4\pi \overline{\mathfrak{J}}}{\mathfrak{H}_{im}} = \frac{1}{\mathfrak{u}}, \qquad \mathfrak{u} = \frac{1}{\nu},$$

wie oben behauptet wurde.

---

1) Weil an der freien Stirnfläche:

$$\mathfrak{H}_{im} \text{ (Luft)} = \mathfrak{H}_{im}' \text{ (Eisen)} + 4\pi \mathfrak{J}.$$

$\mathfrak{H}_{im}$ steht nämlich wegen der Symmetrie um den Mittelpunkt der Stirnfläche senkrecht zu der letzteren.

Aus Gleichung (4) und (1) folgt weiter:

$$(5) \qquad \overline{N} = \frac{4\pi\overline{\mathfrak{J}}\,d\,.\,\mathfrak{n}}{\overline{\mathfrak{J}}(2\pi\varrho - d)} = \frac{2\,d\,\mathfrak{n}}{\varrho - \frac{d}{2\pi}} \,.$$

Bei unendlich engem Schlitz würde $\nu = 1$, weil $\mathfrak{G}_i' = \mathfrak{G}_i$, also auch $\mathfrak{n} = 1$ werden.

In diesem Falle geht (5) über in:

$$(6) \qquad \overline{N} = \frac{2\,d}{\varrho} \,.^{1})$$

In denselben Ausdruck geht der in Gleichung (3) gegebene Werth von $\overline{N}$ (N_∞) über, wenn d/r unbegrenzt abnimmt.

Von Wichtigkeit ist ferner für uns der aus den Grenzbedingungen für $\mathfrak{B}_i$ und $\mathfrak{H}_i$ leicht zu beweisende Satz von der „Brechung der Inductionslinien“:

$$\operatorname{tg}\alpha' = \mu\,.\,\operatorname{tg}\alpha \,,$$

wo α' und α die Winkel bedeuten, welche eine Inductionslinie innerhalb resp. ausserhalb des Eisens mit der Normale zur Grenzfläche zwischen Eisen und Luft bildet, und μ die Permeabilität $(\mathfrak{B}_i'/\mathfrak{H}_i')$.

Endlich sei noch der von Kirchhoff[2]) bewiesene Satz erwähnt, dass *bei unendlich gross werdender äusserer magnetischer Kraft ($\mathfrak{H}_e$ resp. $\mathfrak{H}_e' = \infty$) die Richtung der Magnetisirung sich der Richtung der äusseren magnetischen Kraft überall unbegrenzt nähert.*

1) Die von Ewing l. c. § 157 gegebene Näherungsformel:

$$N = \frac{4\pi\,\partial\,l}{l}$$

ist mit der Gleichung (6) identisch, da $\partial\,l = d$; $l = 2\pi\varrho$, also

$$N = \frac{4\pi\,d}{2\pi\varrho} = \frac{2\,d}{\varrho} \,.$$

Eine hiermit bis auf unendlich geringe Differenzen übereinstimmende Formel hatte schon vorher Hr. du Bois (Verhandl. der physikal. Ges. Berlin vom 27. Juni 1890, p. 84) gegeben, nämlich:

$$N = \frac{4\pi\,\alpha}{360^0 - \alpha} \,,$$

wo

$$\frac{\alpha}{360^0} = \frac{\partial\,l}{l} \,.$$

2) Kirchhoff, Ges. Abh. p. 223 (am Schluss der Abh. p. 193.

§ 8. **Beobachtungsmaterial und Resultate.**

Die nachstehenden Tabellen enthalten die gesammten Messungsergebnisse.

Tabelle I.

Aufsteigende Commutirungscurve bei *geschlossenem Ring* (*g*).

$\mathfrak{H}$	$\mathfrak{J}$	$\mathfrak{H}$	$\mathfrak{J}$	$\mathfrak{H}$	$\mathfrak{J}$
0,6	93,3	8,70	1020,0	55,1	1310,0
1,12	278,0	9,70	1051,0	76,5	1348,0
1,81	440,0	10,80	1076,0	104,5	1388,0
2,15	520,0	13,75	1118,0	151,0	1440,0
3,24	690,0	18,05	1165,0	200,0	1389,0
4,38	801,0	21,8	1192,0	240,0	1520,0
5,34	871,0	27,5	1225,0	315,0	1564,0
6,45	932,0	41,0	1275,0	385,0	1600,0
7,54	985,0				

Tabelle II.

Erste Schlitzcurve (1). *Schlitzweite: 0,40 mm.*

$\mathfrak{H}_e$	$\mathfrak{J}$	$\mathfrak{H}_e$	$\mathfrak{J}$	$\mathfrak{H}_e$	$\mathfrak{J}$
1,01	51,8	8,06	636,0	25,1	1127,0
2,00	141,5	10,0	758,0	31,5	1181,0
2,96	235,0	13,2	897,5	50,9	1262,0
4,01	335,0	16,15	986,0	99,0	1363,0
5,05	424,0	21,3	1082,0	192,5	1462,0
6,52	536,0				

Tabelle III.

Zweite Schlitzcurve (2). *Schlitzweite 0,63 mm.*
Am Schlitz: 4 Windungen von 0,15 mm (incl. Isolirung) dickem Kupferdraht.

$\mathfrak{H}_e$	$\mathfrak{J}$	$\overline{\mathfrak{G}}$	$\mathfrak{G}_s$	ν	$\frac{1}{\nu}$
1,00	44,6	1412	—	—	—
2,63	170,5	5405	3540	1,528	0,655
4,01	279,0	8843	5805	1,524	0,657
5,85	415,0	13140	8720	1,508	0,663
7,93	554,0	17540	11490	1,528	0,655
11,0	712,5	22590	15040	1,502	0,666
14,0	837,5	26580	17700	1,500	0,667
17,1	935,0	29620	19800	1,495	0,669
19,95	1020,0	32320	21790	1,484	0,674
26,6	1095,0	34710	23850	1,456	0,687
33,7	1162,0	36840	25600	1,437	0,696
45,4	1228,0	38970	27400	1,420	0,704
59,2	1270,0	40350	29000	1,390	0,720
71,6	1305,0	41340	29880	1,385	0,722
84,8	1316,0	41900	30650	1,368	0,732
164,0	1420,0	45420	34150	1,330	0,752
250,0	1493,0	47900	36400	1,316	0,760
337,0	1545,0	49620	38300	1,296	0,772

Tabelle IV.

Dritte Schlitzcurve (3). *Schlitzweite 1,03 mm.*
Am Schlitz: 7 Windungen von 0,15 mm dickem Draht.

$\mathfrak{H}_e$	$\mathfrak{J}$	$\overline{\mathfrak{G}}$	$\mathfrak{G}_\delta$	$\mathfrak{G}_s$	$\frac{\overline{\mathfrak{G}}}{\mathfrak{G}_s}=\nu$	$\frac{\mathfrak{G}_\delta}{\mathfrak{G}_s}$	$\frac{1}{\nu}$
1,62	69,3	2197	2390	—	—	—	—
2,44	117,3	3720	4035	2045	1,82	1,97	0,550
3,84	206,0	6520	7210	3660	1,78	1,97	0,561
5,06	279,0	8830	9760	4880	1,81	1,99	0,553
6,80	383,0	12120	13400	6720	1,81	1,99	0,553
8,88	492,0	15580	17100	8610	1,81	1,98	0,553
11,9	628,0	19910	21800	11230	1,78	1,94	0,563
14,9	748,0	23680	26030	13400	1,77	1,94	0,565
18,0	852,0	26970	29130	15250	1,77	1,91	0,565
20,9	923,0	29260	31700	16650	1,76	1,90	0,568
24,25	988,0	31300	33560	18000	1,74	1,86	0,575
27,2	1036,0	32850	34850	18900	1,74	1,84	0,575
36,9	1141,0	36190	37640	21400	1,69	1,76	0,591
49,0	1200,0	38120	39120	23200	1,645	1,68	0,608
64,5	1250,0	39800	40400	24750	1,61	1,63	0,621
78,5	1285,0	40870	41200	25800	1,585	1,60	0,631
99,5	1325,0	42230	42230	27030	1,56	1,56	0,641
181,0	1428,0	45600	45400	30550	1,495	1,49	0,670
267,0	1500,0	48120	47040	32800	1,47	1,43	0,681
(300)	1525,0	48900	48000	32500	1,50	1,48	0,667

$\mathfrak{J}$	$\mathfrak{G}_\delta$	$\mathfrak{G}_{SO}$	$\mathfrak{G}_O$	$\mathfrak{G}_{NO}$	$\mathfrak{G}_s$
492	17100	16650	15850	14400	8610
988	33560	32850	32100	29400	18000
1525	48000	48000	48000	48000	32500

Tabelle V.

Vierte Schlitzcurve (4). *Schlitzweite 2,02 mm.*
Am Schlitz: 7 Windungen von 0,25 mm Dicke.

$\mathfrak{H}_e$	$\mathfrak{J}$	$\overline{\mathfrak{G}}$	$\mathfrak{G}_\delta$	$\mathfrak{G}_s$	$\frac{\mathfrak{G}}{\mathfrak{G}_s}=\nu$	$\frac{\mathfrak{G}_\delta}{\mathfrak{G}_s}$	$\frac{1}{\nu}$
2,50	92,2	2920	3310	1178	2,48	2,82	0,403
5,24	212,0	6720	7670	2650	2,54	2,90	0,394
8,38	348,0	11030	12600	4420	2,50	2,86	0,400
11,93	487,0	15400	17630	6230	2,47	2,84	0,405
17,1	675,0	21350	24500	8630	2,47	2,84	0,405
23,6	845,0	26760	30960	10940	2,44	2,83	0,410
31,9	997,0	31570	34750	13150	2,40	2,64	0,417
40,15	1080,0	34230	36730	14650	2,34	2,51	0,428
68,5	1220,0	38780	39750	17400	2,23	2,28	0,449
111,0	1320,0	41970	42000	20050	2,09	2,09	0,479
260,0	1520,0	48550	46250	24400	1,99	1,90	0,502

$\mathfrak{J}$	$\mathfrak{G}_\delta$	$\mathfrak{G}_{SO}$	$\mathfrak{G}_O$	$\mathfrak{G}_{NO}$	$\mathfrak{G}_s$
487	17630	17030	15950	13800	6230
997	34750	33550	32100	28700	13150
1520	46250	46000	46300	46100	24400

Tabelle VI.

Fünfte Schlitzcurve (5). *Schlitzweite 3,57 mm.*
Am Schlitz: 14 Windungen von 0,25 mm Dicke.

$\mathfrak{H}_e$	$\mathfrak{J}$	$\bar{\mathfrak{G}}$	$\mathfrak{G}_\delta$	$\mathfrak{G}_s$	$\frac{\bar{\mathfrak{G}}}{\mathfrak{G}_s}=\nu$	$\frac{\mathfrak{G}_\delta}{\mathfrak{G}_s}$	$\frac{1}{\nu}$
4,01	131	4150	4880	1086	3,82	4,5	0,262
7,5	260	8220	9760	2140	3,84	4,6	0,260
11,0	384	12140	14400	3160	3,85	4,6	0,260
14,5	503	15900	18800	4160	3,82	4,53	0,262
19,0	634	20000	23500	5300	3,78	4,44	0,265
25,0	785	24850	29100	6600	3,77	4,41	0,266
32,0	923	29200	33650	7750	3,77	4,34	0,266
40,0	1015	32100	36200	8800	3,66	4,12	0,274
65,1	1170	37000	39700	10930	3,39	3,63	0,296
101,0	1265	40100	41700	12750	3,15	3,27	0,318
140,0	1335	42400	43450	14100	3,01	3,08	0,333
245,0	1455	46500	46350	16800	2,77	2,76	0,362

$\mathfrak{J}$	$\mathfrak{G}_\delta$	$\mathfrak{G}_{SO}$	$\mathfrak{G}_O$	$\mathfrak{G}_{NO}$	$\mathfrak{G}_s$
503	18800	17900	16200	13500	4160
1015	36200	34500	32700	28300	8800
1455	46350	46100	(46600)	45800	16800

Die Tabelle I enthält die Daten der Curve des geschlossenen Ringes, mit den bekannten Bezeichnungen $\mathfrak{H}$ ($\mathfrak{H}_i = 0$; $\mathfrak{H}_e = \mathfrak{H}_l$) für die Stärke des durch den umkreisenden Strom erzeugten magnetischen Feldes, $\mathfrak{J}$ für die Magnetisirung, deren Messung in § 5 besprochen wurde.

Die folgenden fünf Tabellen enthalten die Daten der fünf Schlitzcurven, welche resp. zu den Schlitzweiten 0,40 mm, 0,63 mm, 1,03 mm, 2,02 mm und 3,57 mm gehören.

Da infolge der Unterbrechung der Continuität des Ringes eine selbstentmagnetisirende Kraft im Innern des Eisenringes auftritt, so müssen wir streng unterscheiden zwischen der durch den Strom erzeugten äusseren magnetischen Kraft $\mathfrak{H}_e$[1]).

1) Wir lassen der Einfachheit halber die durch die du Bois'sche Bezeichnungsweise für das Innere der magnetischen Substanz vorgeschriebenen Accente weg.

welche im Innern des Ringes herrschen würde, wenn derselbe etwa aus Holz wäre, und der thatsächlich im Innern herrschenden (totalen) Kraft $\mathfrak{H}_t$, welche die algebraische Summe von $\mathfrak{H}_e$ und der entmagnetisirenden Kraft $\mathfrak{H}_i$ ist: $\mathfrak{H}_t = \mathfrak{H}_e + \mathfrak{H}_i$, wobei $\mathfrak{H}_i$ dem $\mathfrak{H}_e$ entgegengesetzt gerichtet ist.

Das in den Tabellen angeführte $\mathfrak{H}$ ist die äussere Kraft $\mathfrak{H}_e$, welche nach der bei dem geschlossenen Ringe angewandten Methode gemessen ist. Die Auffindung des $\mathfrak{H}_i$, welches den eigentlichen Gegenstand unserer Untersuchung bildet, werden wir weiter unten in diesem Paragraphen erörtern.

Bei der Berechnung von $\mathfrak{J}$ aus der Formel (2b) des § 5b:

$$\mathfrak{J} = \frac{\frac{R}{N} \cdot \frac{b}{2} \alpha - 4{,}24\,\mathfrak{H}}{31{,}65}$$

ist zu beachten, dass das $\mathfrak{H}$ der Correction 4,24 $\mathfrak{H}$ das thatsächlich herrschende Feld $\mathfrak{H}_t$ ist, wobei wir die beiden nur annähernd richtigen Annahmen machen, dass

1. das Feld auch jetzt noch innerhalb des ganzen Querschnittes von der Gleichförmigkeit wenig abweiche, sodass die Zahl der den Eisenquerschnitt durchsetzenden Kraftlinien $= 2{,}52\,\mathfrak{H}_t$ [1]), wenn $\mathfrak{H}_t$ der Werth von $\mathfrak{H}$ in der Mitte des Querschnittes wäre;

2. dass das Feld in dem vom Eisenringe nicht ausgefüllten Raume der primären Windungen durch die entmagnetisirende Kraft in demselben Verhältnisse geschwächt sei, wie das Feld im Innern des Eisenringes.

Zu der letzteren Annäherungsannahme berechtigt uns der Satz:

$$\mathfrak{H}_{t\tau} = \mathfrak{H}_{t\tau}',$$

welcher aussagt, dass die tangentiale Componente der totalen magnetischen Kraft bei dem Uebergange durch die Grenzfläche zwischen Eisen und Luft keinen Sprung erleidet und welcher hier Anwendung findet, weil (wie durch besondere unten zu besprechende Messungen gezeigt wird) die Richtung der Kraftlinien ausser in nächster Nähe des Schlitzes überall peripherisch bleibt.

Uebrigens überschreitet, wie die Tabellen zeigen, die

1) 2,52 cm² ist der Querschnitt des Eisenringes.

Correction $4{,}24\,\mathfrak{H}_t$ nur bei den stärksten Feldern den Werth von 1 Proc. der gesammten Kraftlinienzahl, sodass Annäherungen der obigen Art vollkommen genügen.

Der Werth von $\mathfrak{H}_t$ wird leicht aus der Curve des geschlossenen Ringes gewonnen, indem zunächst durch Weglassung der Correction ein angenäherter Werth von $\mathfrak{J}$ aus der Formel (2b) berechnet und das zu diesem gehörige $\mathfrak{H}_t$ aufgesucht wird. Ergibt dann der corrigirte Werth von $\mathfrak{J}$ etwa eine zu grosse Abweichung von dem vorher angenommenen, so kann man zu diesem wieder ein richtigeres $\mathfrak{H}_t$ aufsuchen und danach die Correction ausführen etc., wodurch man eine beliebige Annäherung an das richtige $\mathfrak{H}_t$ erzielen könnte, worauf es aber aus dem eben angeführten Grunde gar nicht ankommt.

Da infolge der Durchschneidung der Inductionsfluss von Querschnitt zu Querschnitt variirt, die secundären Windungen aber die ganze Oberfläche des Ringsolenoids gleichmässig bedecken, so ist das so bestimmte $\mathfrak{J}$ der Mittelwerth aller bei einem bestimmten $\mathfrak{H}_e$ über sämmtliche Ringquerschnitte vertheilten Magnetisirungen.

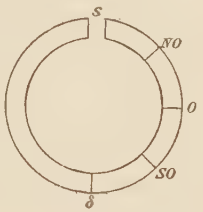


Fig. 13.

$\bar{\mathfrak{G}} = \int \mathfrak{B}_t \,.\, d\,S$ bedeutet den mittleren Inductionsfluss durch den ganzen Querschnitt (wobei wir unter Inductionsfluss die Gesammtheit der durch einen Querschnitt des Eisens gehenden Inductionslinien verstehen), welchen wir aus der vom Galvanometer angezeigten mittleren Kraftlinienzahl erhalten, indem wir die ausserhalb des Eisens verlaufenden $4{,}24\,\mathfrak{H}_t - 2{,}52\,\mathfrak{H}_t = 1{,}72\,\mathfrak{H}_t$ abziehen, eine Correction, über welche in Bezug auf die nur angenäherte Richtigkeit das obengesagte gilt.

Die weiteren in den Tabellen vorkommenden Grössen sind alle von ähnlicher Art wie die letztgenannte, resp. aus solchen gebildet. Sie geben die Inductionsflüsse durch verschiedene Querschnitte des Ringes an, welche nach der Durchschneidung ja nicht mehr gleiche Werthe aufweisen.

Zur leichteren Uebersicht haben wir für die drei verschiedenen Zwischenlagen zwischen dem Schlitz (s) der diametral gegenüberliegenden Stelle des Ringes (δ) die Bezeich-

nungen der Windrose, wie es das Schema der Fig. 13 erläutert, gewählt, wodurch die Bedeutung der Grössen $\mathfrak{G}_s$, $\mathfrak{G}_\delta$, $\mathfrak{G}_{SO}$, $\mathfrak{G}_O$, $\mathfrak{G}_{NO}$ ohne weiteres verständlich ist.

Gemessen wurden dieselben wie folgt:

$\mathfrak{G}_s$ durch die § 6 eingehend beschriebene feine Spule, deren Windungsfläche jedesmal dem Querschnitt des Eisenringes genau gleich gemacht war; die Zahl ihrer Windungen ist für jeden Schlitz bei den Tabellen vermerkt;

$\mathfrak{G}_\delta$ mit Hülfe einer an der diametralen Stelle δ über einen den Ring umschliessenden Carton gewickelten schmalen Spule von sieben Windungen $^1/_2$ mm dicken Kupferdrahtes, wobei zur Reduction auf den Eisenquerschnitt die Correction $-1{,}72\,\mathfrak{H}_t$ angebracht wurde;

$\mathfrak{G}_{SO}$, $\mathfrak{G}_O$, $\mathfrak{G}_{NO}$ mit Hülfe einer ganz ähnlichen, aber beweglichen Spule von sechs Windungen; diese drei Grössen, deren Bestimmung dazu dienen sollte, um eine Urtheil über den Verlauf der Kraftlinienstreuung längs des Ringumfanges und deren Aenderung mit wachsender Magnetisirung zu geben, wurden nur bei drei Werthen von $\mathfrak{J}$, nämlich annähernd bei 500, 1000, 1500 c. g. s. gemessen und in den angehängten kleineren Tabellen zusammengestellt. Zur Reduction auf den Querschnitt diente gleihfalls die Correction $-1{,}72\,\mathfrak{H}_t$.

Es ist ferner:

$\mathfrak{G} / \mathfrak{G}_s = \nu$ das Verhältniss des mittleren Inductionsflusses zu dem am Schlitz (und, weil auf gleiche Querschnitte bezogen, auch dasjenige der beiden entsprechenden Mittelwerthe der Induction $\mathfrak{B}_t$), welches nach Hopkinson[1]) als Streuungscoefficient bezeichnet werden muss.

Hinzugefügt sind noch die Werthe für $1 / \nu$, welches, wie wir im vorigen Paragraph sahen, sehr nahe gleich der Function η ist, und die Werthe für $\mathfrak{G}_\delta / \mathfrak{G}_s$.[2])

Die Werthe der $\mathfrak{H}_t$ und $\mathfrak{J}$ sind in den Curven Nr. I der Tafel

1) J. u. E. Hopkinson, Phil. Trans. **177.** p. 331. 1886.

2) Auffallend in den Tabellen ist der Umstand, dass bei den höchsten Magnetisirungen der Werth von $\mathfrak{G}$ denjenigen von $\mathfrak{G}_\delta$ übersteigt. Dies rührt ohne Zweifel daher, dass der Ring, der bei den hier erforderlichen starken Strömen stark gekühlt werden musste, anfänglich vor Beginn der Messungsreihe eine ziemlich niedrige Temperatur an-

graphisch auf der rechten Seite der Ordinaten ($\mathfrak{J}$)-Axe aufgetragen, für den geschlossenen Ring und für die fünf Schlitze, und sind zur Unterscheidung bezeichnet durch:

$$g,\quad (1),\quad (2),\quad (3),\quad (4),\quad (5),$$

zugehörig zu den Schlitzweiten:

$$0\,.\,0{,}40\,.\,0{,}63\,.\,1{,}03\,.\,2{,}02\,.\,3{,}57 \text{ mm}.$$

Für die Abscisse $\mathfrak{H}_e$ sind drei Maassstäbe angewandt, und zwar ist der anfänglich von $\mathfrak{J} = 0$ bis $\mathfrak{J} = 1000$ angewandte, von da bis $\mathfrak{J} = 1300$ fünffach und von hier aufwärts zwanzigfach verkleinert. Dies ist geschehen einerseits wegen der grossen Ausdehnung, welche die oberen flacheren Theile der Curven unter Beibehaltung des Maassstabes für die unteren steileren Theile hätten einnehmen müssen, andererseits, weil hierdurch alle Theile der Curven eine passende Neigung erhalten, welche den allmählich wachsenden Einfluss der Schlitze am besten erkennen lässt.

Diese graphische Darstellung aller charakteristischen Grössen in übersichtlicher Weise setzt uns nun in den Stand, auf sehr einfache Weise die entmagnetisirende Kraft zu finden. Die Curve (g) des geschlossenen Ringes gibt uns das wahre Bild der Abhängigkeit der Magnetisirung, welche an irgend einem Punkte stattfindet, von der an demselben Punkte wirkenden magnetischen Kraft. Diese Abhängigkeit ist allein bedingt durch die Natur des Materials, aus welchem der Ring besteht, und hat mit seiner äusseren Form nichts zu thun. Wir können daher umgekehrt aus dieser Curve zu jeder Magnetisirung die wirkliche magnetische Kraft entnehmen, welche diese Magnetisirung hervorgebracht haben muss.

Wenden wir diese Erkenntniss auf die Schlitzcurven an, so erhalten wir auch für diese aus der Curve (g) für jede

genommen hatte, welche bei der Bestimmung des immer zuerst gemessenen $\bar{\mathfrak{G}}$ wohl noch nicht genügend durch die Erhitzung compensirt war. In der Nähe des Sättigungszustandes wächst nämlich die Magnetisirung mit abnehmender Temperatur. Dass jenem Umstande kein principielles Gewicht beizumessen ist, derselbe vielmehr nur Folge von Beobachtungsfehlern sein kann, sieht man aus den entsprechenden Werthen der angehängten Tabelle, welche alle unterhalb des Werthes von $\bar{\mathfrak{G}}$ bleiben. Auch bei diesen ist offenbar der Einfluss desselben Beobachtungsfehlers in kleineren, unregelmässigen Schwankungen erkennbar.

Magnetisirung den Werth der wahren magnetischen Kraft $\mathfrak{H}_t$, indem wir die zu der gleichen Ordinate $\mathfrak{J}$ gehörige Abscisse der Curve (g) aufsuchen, d. h. indem wir durch den fraglichen Curvenpunkt eine Parallele zur Abscissenaxe ziehen. Die Abscisse des Schnittpunktes dieser Parallele mit der Curve (g) ist das gesuchte $\mathfrak{H}_t$: die Differenz beider Abscissen ist daher:

$$\mathfrak{H}_e - \mathfrak{H}_t = - \mathfrak{H}_i \text{ [1]}$$

(da $\mathfrak{H}_t = \mathfrak{H}_e + \mathfrak{H}_i$), das ist derjenige Theil der äusseren magnetischen Kraft, welcher nöthig war, um die durch den Schlitz hervorgebrachte selbstentmagnetisirende Kraft $\mathfrak{H}_i$ zu compensiren, und ist also dieser letzteren entgegengesetzt gleich.

Tragen wir alle durch eine derartige graphische Subtraction [2]) sich ergebenden Werthe von $\mathfrak{H}_i$ zur Linken der Ordinatenaxe als Function der zugehörigen Magnetisirungen auf, so erhalten wir eine Anzahl von Curven, welche den Schlitzcurven zur Rechten entsprechen und deshalb in der Tafel durch die entsprechenden Bezeichnungen (1), (2), (3), (4), (5) unterschieden sind.

Dabei ist jedoch zu bemerken, dass dieses Verfahren jenseits $\mathfrak{J} = 1000$ rasch seine Brauchbarkeit verliert, weil infolge der von da ab bei allen Curven einschliesslich (g) eintretenden mehr oder weniger starken Umbiegung die Abscissendifferenzen klein werden gegen die Abscissen von (g), wodurch etwaige kleine Fehler in der Bestimmung der Abscissen für die relativ kleine Differenz zu procentisch sehr grossen Fehlern werden. Indessen ist, wie wir unten sehen werden, die Kenntniss der Entmagnetisirungcurven (wie wir die Curven links der Kürze halber nennen wollen) oberhalb jenes Werthes von $\mathfrak{J}$ wenig von Belang.

Das so (in Tabellen und Curven) zusammengestellte Beobachtungsmaterial liefert uns ausser dem Verlauf der Magnetisirungscurven folgende Hauptergebnisse. Aus den Tabellen:

1. *Die Streuung*, welche durch den Coefficienten $\nu = \overline{\mathfrak{G}} / \mathfrak{G}_s$ gemessen wird, nimmt zu mit wachsender Schlitzweite und *nimmt mit wachsender Magnetisirung schliesslich ab.*

1) Wir lassen hier wieder der Einfachheit halber die Accente weg.

2) Dieses Verfahren ist im wesentlichen analog dem bei Ellipsoiden angewandten Rayleigh-Ewing'schen Scheerungsverfahren.

2. Ueber den *Verlauf der Kraftlinien* erfahren wir aus den angehängten Tabellen, dass auch bei schwachen Magnetisirungen — wo die Streuung am grössten ist — der Inductionsfluss durch den Ringquerschnitt erst in einer Entfernung von ca. $^1/_8$ der Ringperipherie beiderseits vom Schlitz ($\mathfrak{G}_{N0}$) merklich abzunehmen beginnt, dass also *die Divergenz der Kraftlinien wesentlich auf die Nachbarschaft des Schlitzes beschränkt ist*, während der Verlauf in den übrigen Theilen des Ringes merklich peripherisch bleibt. Der Divergenzbereich wird mit wachsender Magnetisirung eingeengt.

Dasselbe Ergebniss liefert der Vergleich des mittleren Inductionsflusses $\bar{\mathfrak{G}}$ mit dem diametralen $\mathfrak{G}_\delta$, welcher einen geringen, mit wachsender Magnetisirung schwindenden Unterschied beider Grössen ergibt.

3. Die Streuung ist (bei gleichbleibender Schlitzweite) bis etwa $\mathfrak{J} = 850$[1]) nahe constant; von da ab erleidet sie mit zunehmender Magnetisirung eine beschleunigte Abnahme.

Betrachten wir 1700—1750[2]) als den Sättigungswerth von $\mathfrak{J}$, so können wir sagen: *Die Streuung ist etwa bis zur Hälfte des Sättigungswerthes von $\mathfrak{J}$ merklich constant.*

Gehen wir zu den Curven über, so lehrt uns die Betrachtung der linksseitigen Curven (vgl. Nr. I der Tafel):

4. *Die Entmagnetisirungscurven weichen bis etwa $\mathfrak{J} = 850$, d. i. ungefähr bis zur halben Sättigung nicht merklich von geraden Linien ab.*

Drücken wir die Abhängigkeit der selbstentmagnetisirenden Kraft $\mathfrak{H}_i$ von der Magnetisirung $\mathfrak{J}$ aus durch die Gleichung:

$$\mathfrak{H}_i = N . \mathfrak{J}$$

und nennen N den Entmagnetisirungsfactor, so können wir den obigen Satz ausdrücken: *Zu jeder Schlitzweite gehört ein ungefähr bis zur halben Sättigung nahe constanter Entmagnetisirungsfactor.*

---

1) Als Mitte des Bereiches zwischen 750 und 950, in welchen der Beginn einer merklichen Abnahme fällt.

2) Ewing, l. c. § 98 und § 105.

§ 9. Vergleich der Resultate mit der Theorie.

Wir wollen zuerst zeigen, dass die Abnahme der Streuung mit wachsender Magnetisirung eine nothwendige Folge der beiden am Schlusse von § 7 erwähnten Sätze ist. [1])

Dass bei unendlich werdender magnetischer Kraft die Magnetisirung $\mathfrak{J}$ mit der äusseren magnetischen Kraft $\mathfrak{H}_e$ gleichgerichtet, also in unserem Falle peripherisch gerichtet wird, folgt direct aus dem Kirchhoff'schen Satz. Für $\mathfrak{H}_e = \infty$, d. i. für den Sättigungswerth von $\mathfrak{J}$, findet also keine Streuung statt, der Coefficient $\nu = \mathfrak{G} / \mathfrak{G}_s$ wird dann gleich 1.

Die allmähliche Annäherung an diesen idealen Grenzfall bedingt aber nothwendig eine allmähliche Abnahme der Divergenz der Kraftlinien innerhalb des Eisens, d. h. der Winkel, welchen dieselben an der Oberfläche des Ringes mit der inneren Normale an dieser Stelle bilden, muss sich mehr und mehr einem Rechten nähern. Aus dem oben erwähnten Satze:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\mu} \operatorname{tg} \alpha',$$

wo α' und α resp. den inneren und äusseren Normalenwinkel der Kraftlinien bedeuten, folgt aber, dass bei grosser Permeabilität μ, wie sie bekanntlich dem anfänglichen Theil der Magnetisirungscurve entspricht, die Brechung der Kraftlinien derart stattfindet, dass beim Austritt aus dem Eisen die Divergenz derselben plötzlich bedeutend wächst. Während nun die Magnetisirung weiter wächt, nimmt μ rasch ab, indem es gegen 1 convergirt. Die Zunahme der Divergenz beim Austritt aus dem Eisen wird also mit wachsender Magnetisirung in ähnlichem Verhältniss abnehmen, die Brechung der Kraftlinien kleiner und kleiner werden.

Kommt nach dem Obigen hinzu, dass mit wachsendem Felde die Kraftlinien innerhalb des Eisens von der tangentialen

1) *Anm. bei der Corr.* Die folgenden Ausführungen werden meines Erachtens durch die kürzlich veröffentlichten Bemerkungen des Hrn. Culmann (Wied. Ann. **48.** p. 380. 1893) in keiner Weise entkräftet; überhaupt scheint mir im ganzen und grossen jener Notiz weniger der Charakter einer Krtik, als der eines Commentars zur Arbeit des Hrn. du Bois innezuwohnen.

Richtung immer weniger abweichen, so ist klar, dass diese beiden Umstände eine rasche Abnahme der Streuung mit wachsender Magnetisirung bewirken müssen.

Des weiteren diene zum Vergleich der Theorie mit den Versuchsergebnissen die nachfolgende Tabelle (VII).

Tabelle VII.

Bez.	d	$\frac{d}{r}$	ν	n	berechnet N_∞	berechnet $\overline{N}$	$\overline{N}$ (beob.)	Differenz
(1)	0,40	0,045	1,31 [i]	0,765	0,0098	0,0077	0,0079	+ 2,5%
(2)	0,63	0,070	1,52	0,660	0,0151	0,01045	0,0102	− 2,5%
(3)	1,03	0,115	1,79	0,558	0,0242	0,01445	0,0140	− 3 %
(4)	2,02	0,226	2,48	0,403	0,0451	0,0205	0,0203	− 1 %
(5)	3,57	0,400	3,81	0,262	0,0726	0,0236	0,0246	+ 4 %

Es bedeuten darin:

d die Schlitzweite, gewonnen in der § 6 beschriebenen Weise als Mittel aus der directen und der optischen Dickenmessung;

d/r das Verhältniss der Schlitzweite zum Radius des Querschnittes;

N_∞ die durch die Formel (3) des § 7 definirte Grösse:

$$\overline{N} = \frac{2\,(d + r - \sqrt{d^2 + r^2})}{\varrho - \frac{d}{2\pi}},$$

welche, wie oben erwähnt, für $\mathfrak{H} = \infty$ strenge Gültigkeit hat;

ν den Streuungscoefficienten, gewonnen als Mittel aus den bis zum halben Sättigungswerth von $\mathfrak{J}$ beobachteten nahe constanten Werthen von $\overline{\mathfrak{G}} / \mathfrak{G}_s$;

n den reciproken Werth des Streuungscoefficienten (vgl. § 7);

$\overline{N}$ (ber.) die durch die Formel (5) des § 7 definirte Grösse:

$$N = \frac{2\,d\,.\,n}{\varrho - \frac{d}{2\pi}};$$

$\overline{N}$ (beob.) den aus dem geradlinigen Theile der Entmagnetisirungscurven (von $\mathfrak{J} = 0$ bis zur angenähert halben Sättigung) graphisch entnommenen Werth des Entmagnetisirungsfactors $\overline{\mathfrak{H}_i} / \overline{\mathfrak{J}}$.

Endlich:

Diff. die Differenz $\overline{N}$ (beob.) — N (ber.) in Procenten.

Von diesen Grössen sind berechnet aus der Theorie N_∞ und N (ber.), die übrigen aus der messenden Beobachtung hervorgegangen. Die Tabelle VII enthält in jeder Zeile die einer bestimmten Schlitzweite zugehörigen Werthe dieser Grössen, jede Zeile ist gekennzeichnet durch die vorangestellte Nummer, welche der entsprechenden Curve Nr. I der Tafel entnommen ist.

Der erste der fünf Werthe für ν ist durch Interpolation gewonnen (was durch das Zeichen (i) angedeutet ist), und zwar auf folgende Weise:

In Nr. II der Tafel sind die sämmtlichen beobachteten Werthe[1]) des ν aufgetragen als Function von $\mathfrak{J}$, sodass sie für jeden der vier Schlitze, bei welchem die Streuungen gemessen sind, je einen Curvenzug bilden. Der Beginn derselben ist, wie man sieht, geradlinig und parallel der Abscissenaxe und zwar bis etwa $\mathfrak{J} = 850$ (halbe Sättigung). Die Curven sind dann über die beobachteten Werthe hinaus verlängert bis zu dem theoretisch geforderten gemeinsamen Convergenzpunkt $\nu = 1$ für den Sättigungswerth von $\mathfrak{J}$, für welchen $\mathfrak{J} = 1750$ c. g. s. als höchster beobachteter Werth angenommen ist.[2])

Wenn wir nun, wie es gleichfalls in Nr. II der Tafel geschehen ist, eine zweite Scala für die Werthe der Quotienten d/r auf der Abscissenaxe anbringen, und über dieser die Werthe von ν, wie sie die Reihen (2), (3), (4), (5) der obigen Tabelle angeben, als Function von d/r auftragen, so erhalten wir vier, oder, wenn wir berücksichtigen, dass für verschwindendes d/r (also für $d = 0$, d. i. für den geschlossenen Ring) $\nu = 1$ werden muss, *fünf Punkte, welche augenscheinlich auf einer geraden Linie liegen.*

Diese gerade Linie liefert uns für den Zusammenhang der Grössen ν und d/r die rein empirische *Interpolationsformel*:

1) Wegen der oben (§ 8 Anm.) besprochenen Ungenauigkeit sind die den höchsten Magnetisirungen zugehörigen Werthe von ν nicht mit in die Tafel eingetragen.

2) Dieser Werth ist von Hrn. du Bois bei Anwendung der magneto-optischen Methode (Kerr'sches Phänomen) beobachtet worden (vgl. Ewing, l. c. § 105).

$$\nu = 1 + 7\,\frac{d}{r} \qquad \left(\text{bis } \frac{d}{r} = \text{ca. } \tfrac{1}{2}\right).$$

Durch diese geradlinige Interpolation ist schliesslich der Werth ν der Reihe (1) (Punkt (1), Nr. II der Tafel) ermittelt.

Der in der Tab. VII angestellte Vergleich der Beobachtungs- und Rechnungsgrössen zeigt, dass die Abweichungen zwischen $\overline{N}$ (beob.) und N (ber.) sich auf wenige Procente beschränken und zwar in positivem wie negativem Sinne. Zur Vergleichung der Grenzwerthe des Entmagnetisirungsfactors N_∞ mit den Beobachtungen sind die zu (1), (2), (3) gehörigen Werthe von N_∞ durch in Nr. I der Tafel links oberhalb $\mathfrak{J} = 1000$ eingetragene gerade Linien dargestellt, welche durch die beigesetzten Nummern gekennzeichnet sind. Dabei ist zu beachten, dass die Annäherung einer Entmagnetisirungscurve an die entsprechende gerade Linie keine asymptotische sein muss, weil die Curve mit $\mathfrak{J} = \text{ca. } 1750$ abbricht. Bei diesem Werthe muss vielmehr ein gemeinsamer Schnittpunkt beider Linien liegen. Eine schätzungsweise Verlängerung der Entmagnetisirungscurven über $\mathfrak{J} = 1000$ hinaus lässt nun in der That eine Annäherung dieser Art zweifellos erkennen.

Wir sehen darin eine *Bestätigung der Theorie* und dürfen damit eine Hauptfrage unserer Untersuchung als in bejahendem Sinne beantwortet betrachten.

Die experimentelle Bestätigung der Theorie des Hrn. du Bois für den vorliegenden Speciallfall bildet rückschliessend eine Stütze für die Annahmen, auf welchen dieselbe aufgebaut ist.

Dies gilt insbesondere von der Behauptung, dass der echte Bruch $\mathfrak{n}$, also auch der ihm reciproke Streuungscoefficient ν nur Function des Verhältnisses d/r, aber *unabhängig von dem Radius des Ringes* sei, welche in der Theorie dadurch ausgesprochen ist, dass der Ausdruck für den Potentialzuwachs im Schlitz (Gleichung (4) § 7):

$$\overset{E}{A}\Upsilon_i = 4\,\pi\,\mathfrak{J}\,.\,d\,.\,\mathfrak{n}$$

von zwei halb unendlichen Cylindern hergeleitet wird, welche den Querschnitt des Ringes haben und sich in einem Abstande gleich der Weite des Schlitzes gegenüber stehen. Das so hergeleitete $\mathfrak{n}$ hat, wie wir gezeigt haben, die Bedeutung

$$\frac{\mathfrak{H}_{im}}{4\pi\bar{\mathfrak{J}}} = \frac{1}{\nu},$$

worin $\bar{\mathfrak{J}}$ den Mittelwerth aller Magnetisirungen längs einer Inductionslinie, also innerhalb des ganzen Ringumfanges, bezeichnet.

Nun hat aber der Versuch gezeigt, dass $\mathfrak{J}$ *ausser in nächster Nähe des Schlitzes* einen merklich constanten Werth über alle Querschnitte hat. Eine Vergrösserung oder Verkleinerung des Ringumfanges bei gleichbleibender mittlerer Magnetisirung $\bar{\mathfrak{J}}$ würde daher — unter der allen unseren Betrachtungen zu Grunde liegenden Voraussetzung, dass der Radius des Ringes gross sei gegen den des Querschnittes — keinen merklichen Einfluss auf den Werth von $\mathfrak{J}$ am Schlitz haben. Da aber der Werth von $\mathfrak{H}_{im}$ nur von dem Magnetisirungszustande in nächster Nähe des Schlitzes abhängt, so folgt, dass die entfernteren Theile des Ringes ohne merklichen Einfluss auf den Bereich des Schlitzes sind, dass also die Beobachtung im Einklange mit der Theorie ergibt:

„Die Streuung ist unabhängig vom Radius des Ringes und ist nur Function der relativen Schlitzweite“ (so bezeichnen wir das Verhältniss d/r).

Dass der Streuungscoefficient auch von $\bar{\mathfrak{J}}$, bis zur halben Sättigung, unabhängig ist, haben wir oben gesehen; der zweite Theil des vorstehenden Satzes gilt daher unter der gleichen Beschränkung.

Die so bestätigte Theorie gibt ferner die Mittel an die Hand, unter Benutzung der von uns ermittelten empirischen Beziehung des Streuungscoefficienten zu den Dimensionen des Schlitzes, *den Entmagnetisirungsfactor für das System des unvollständig geschlossenen Ringes aus rein geometrischen Daten zu bestimmen,* wie folgt:

$$n = \frac{1}{\nu} = \frac{1}{1 + 7\frac{d}{r}}$$

$$N = \frac{2\,d\,n}{\varrho - \frac{d}{2\pi}} = \frac{2\,d}{\left(\varrho - \frac{d}{2\pi}\right)\left(1 + 7\frac{d}{r}\right)}.$$

§ 10. Schluss.

Wir fassen die *Hauptergebnisse* der vorliegenden Arbeit zusammen in folgenden Sätzen, gültig für einen unvollständig geschlossenen ferromagnetischen Ring, dessen Radius gross ist gegen den Radius des Querschnittes:

1. Der Entmagnetisirungsfactor, das ist derjenige Factor, welcher mit der mittleren Magnetisirung multiplicirt die mittlere selbstentmagnetisirende Kraft gibt, ist constant bis ungefähr zur halben Sättigung.

2. Der Streuungscoefficient, das Verhältniss der mitttleren Induction zu derjenigen im Schlitz, ist constant bis zur halben Sättigung.

3. Der Bereich der Kraftlinienstreuung ist wesentlich auf die Nachbarschaft des Schlitzes beschränkt und wird mit wachsender Magnetisirung eingeengt.

4. Der Streuungscoefficient ist unabhängig vom Radius des Ringes; er hängt dagegen im Bereiche seiner Constanz (Satz 2) nur ab von der relativen Schlitzweite (d/r). Der empirische Ausdruck dieser Abhängigkeit ist ein linearer von der Form:

$$1 + h \cdot \frac{d}{r}$$

wo h eine Constante ist, welche für das untersuchte schwedische Eisen den Werth 7 hat und vermuthlich für andere ferromagnetische Metalle hiervon nur wenig abweichende Werthe ergeben würde. Namentlich dürfte dies für die in der Technik angewandten Eisensorten zutreffen.

5. Der Entmagnetisirungsfactor ist bei Kenntniss der empirischen Constante h aus den geometrischen Dimensionen des Systems zu berechnen nach der Formel:

$$N = \frac{2\,d}{\left(\varrho - \frac{d}{2\,\pi}\right)\left(1 + h \cdot \frac{d}{r}\right)},$$

wo ϱ der Radius des Ringes, r derjenige des Querschnittes und d die Schlitzweite. Diese Formel gilt unter der gleichen Beschränkung wie 1., 2. und 4., nämlich bis zur halben Sättigung.

Allgemein gilt:

$$N = \frac{2d}{\left(\varrho - \frac{d}{2\pi}\right)} \cdot \frac{1}{\nu},$$

wo ν der Streuungscoefficient.

6. Für sehr hohe Magnetisirungen nähert sich der Entmagnetisirungsfactor dem Grenzwerthe:

$$N_\infty = 2\,\frac{(d + r - \sqrt{d^2 + r^2})}{\varrho - \frac{d}{2\pi}}.$$

Die vorstehenden Resultate dürften auch bei complicirter gestalteten unvollkommenen magnetischen Kreisen eine angenäherte Anwendung finden.

Zum Schluss sei es mir gestattet, an dieser Stelle Hrn. Prof. Kundt für die Anregung zu dieser Arbeit, und Hrn. Dr. du Bois für die zahlreichen Rathschläge, mit welchen derselbe mich bei deren Ausführung unterstützte, meinen herzlichsten Dank zu sagen.

Berlin, Physik. Institut d. Univ., Januar 1893.

THESEN.

I. Die Einwände der Chemiker gegen die electrolytische Dissociationstheorie sind unbegründet.

II. Zur vollen Würdigung eines physikalischen Problems ist die Kenntniss der Geschichte desselben unerlässlich.

III. Die naturwissenschaftlichen Anschauungen der Alten, wiewohl sie unsere Beachtung verdienen, haben keinen Antheil an dem Aufschwung der Naturwissenschaften in der Neuzeit.

VITA.

Natus sum Henricus Lehmann Hamburgi Kal. Oct. anni MDCCCLXII patre Aemilio, tunc Bibliothecam Commercii administrante per viginti tres vitae annos extremos privatim literis dedito, quem praematura morte mihi abreptum deploro, matre Amalia e gente Leo. Fidei addictus sum evangelicae.

Literarum elementa in schola privata Francisci Bülau doctoris edoctus, „Scholam Doctorum Johannei“ Hamburgi adiri inde a vere anni 1876 usque ad a. 1882. Inde cum maturitatis testimonio dimissus Jenae, Argentorati, Heidelbergae, Berolini rerum naturalium, inprimis physices, studio incubni. Stipendia militaria Argentorati merui.

Scholas audivi professorum atque docentium:

Jenae: Abbe, Eucken, Freege, Geuther, Schaeffer, Sohncke, Thomae.

Argentorati: Christoffel, Cohn, Fittig, Kundt, Reye, Roth, Schering.

Heidelbergae: Köhler, Königsberger, Quincke.

Berolini: Arons, Dilthey, Fuchs, de Helmholtz, König, Kundt, Pringsheim, Stenger, Weinstein.

Quibus omnibus viris gratias ago quam maximas, inprimis vero viris illustrissimis de Helmholtz et Kundt, qui experimenta mea in instituto physico gubernaverint atque consiliis mihi praesto fuerint benevolentissimis.

Fig. 1.

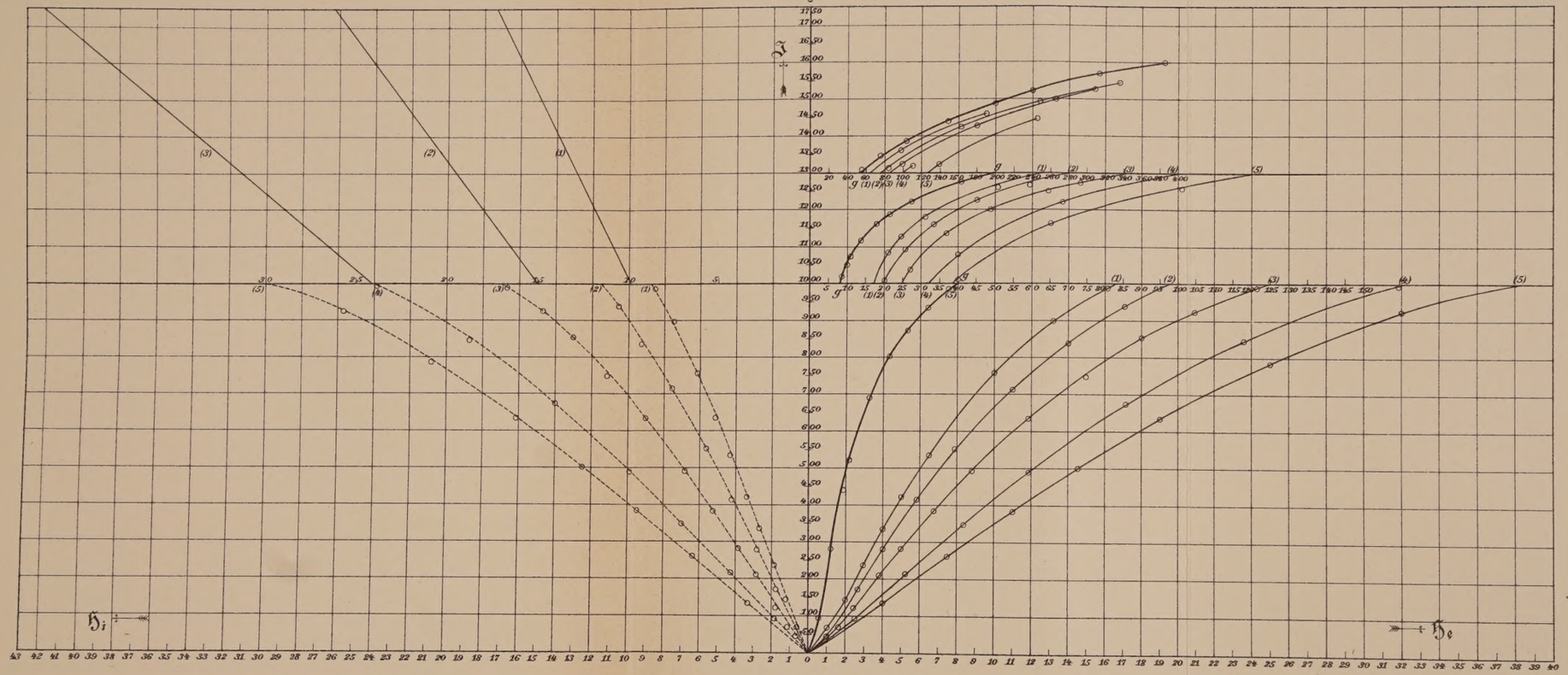
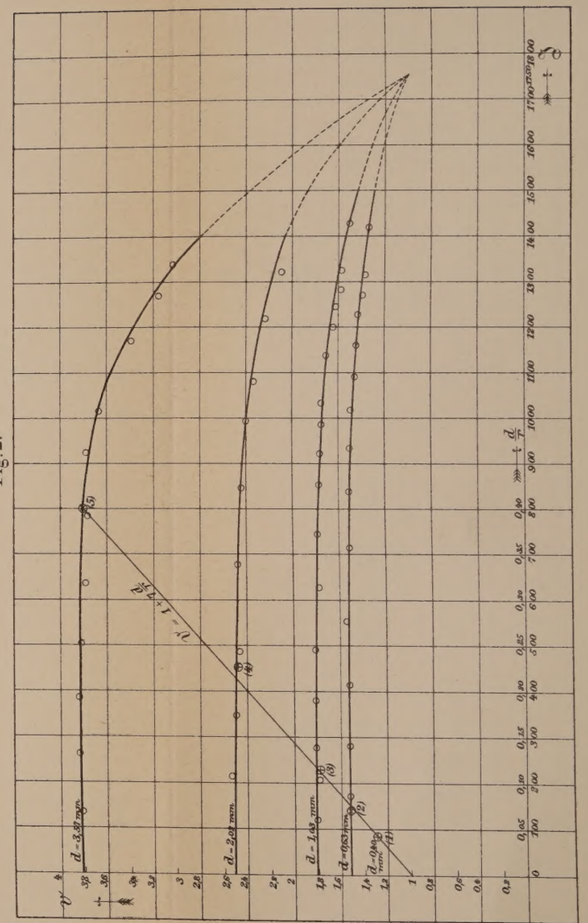


Fig. 2.



Lith. Anst. v. C. Kirst, Leipzig